



# www.dirasats.com

هذا الغلاف لا يعبر عن حقوق الملكية او فحوى الكتاب, فهو مجرد واجهة للموقع المحمل منه



شكرا لك على ثقتك بنا وعلى اختيار موقعنا

www.dirasats.com



من اجل تواصل معنا المرجو زيارة الموقع ستجد جميع المعلومات

## www.dirasats.com



**TD. N°3. Thermodynamique. Filière SMA-SMPC. S1.**  
**Corrigé.**

**Exercice 1 :**

- 1) On a :  $\delta Q = c_V dT + \ell dV$  ou  $\delta Q = c_P dT + h dP$  ;

A pression cste :  $\delta Q = c_P dT = dH = c_V dT + \ell dV$  (1). Si on considère que  $T = T(P, V)$

Alors :  $dT = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right) \cdot dP + \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right) \cdot dV$  (2)

et à  $P = \text{Cste}$ , (2)  $\Rightarrow dT = \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right) \cdot dV$ , d'où, d'après (1), on a :

$$c_V \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right) \cdot dV + \ell dV = c_P \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right) \cdot dV \Rightarrow \ell dV = (c_P - c_V) \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right) \cdot dV \Rightarrow \ell = (c_P - c_V) \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right).$$

A volume constant :  $\delta Q = c_V dT = dU = c_P dT + h dP$  (3)

Et à  $V = \text{Cst}$ , (2)  $\Rightarrow dT = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right) \cdot dP$ , d'où, d'après (3), on a :

$$c_V \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right) \cdot dP = c_P \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right) \cdot dP + h dP \Rightarrow h = -(c_P - c_V) \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)$$

- 2) Dans le cas du gaz parfait :

$$PV = n \cdot RT \Rightarrow T = \frac{PV}{n \cdot R} \Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right) = \frac{P}{n \cdot R} \text{ et } \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right) = \frac{V}{n \cdot R}.$$

D'après la relation de Mayer :  $c_P - c_V = n \cdot R$ , il vient :

$$\ell = n \cdot R \cdot \frac{P}{n \cdot R} = P \quad (4) \quad \text{et} \quad h = -n \cdot R \cdot \frac{V}{n \cdot R} = -V. \quad (5)$$

- 3) Vérifions que  $\delta Q$  n'est pas une différentielle totale exacte (d.t.e) pour le cas du G.P.

En variables (T, V),  $\delta Q = c_V dT + \ell dV = c_V dT + P dV$  ; la condition à satisfaire pour que  $\delta Q$  soit une (d.t.e) est que :

$$\left(\frac{\partial c_V}{\partial V}\right) = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right) \quad (6)$$

Or  $\left(\frac{\partial c_V}{\partial V}\right) = 0$  car d'après la 1<sup>ère</sup> loi de Joule, l'énergie interne d'un G.P ne dépend que de la température, donc  $c_V$  ne dépend que de la température.

D'autre part :  $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right) = \frac{n \cdot R}{V}$ ,

Conclusion : la condition d'une d.t.e, n'est donc pas vérifiée.  $Q$  n'est pas une fonction d'état et la grandeur  $Q$  dépend du chemin suivie.

- Qu'en est-il de l'expression  $\left(\frac{\delta Q}{T}\right)$  pour un G.P ?

$$\text{L'expression de } \left(\frac{\delta Q}{T}\right) = \frac{c_V}{T} dT + \frac{P}{T} dV = \frac{c_V}{T} dT + \frac{n \cdot R}{V} dV$$

On vérifie que :  $\left(\frac{\partial \left(\frac{c_V}{T}\right)}{\partial V}\right) = 0 = \left(\frac{\partial \left(\frac{n \cdot R}{V}\right)}{\partial T}\right)$ , ce qui nous permet de conclure que  $\left(\frac{\delta Q}{T}\right)$  est une d.t.e

par conséquent on peut écrire que  $\frac{\delta Q}{T} = df$ . D'après le 2<sup>ème</sup> principe  $f = S$  tel que :

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

### Exercice 2 :

1) Température d'équilibre  $T_e$  : Système isolé, donc pas d'échange d'énergie avec l'extérieur.

$$\Leftrightarrow \Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = Q_1 + Q_2 = 0 \quad (1);$$

De plus, liquides  $L_1$  et  $L_2$ , incompressibles, donc volume constant, donc pas de travail mécanique échangé entre  $L_1$  et  $L_2$ . Seul existe l'échange de chaleur entre  $L_1$  et  $L_2$ . A l'équilibre thermodynamique, on doit avoir :

$$(1) \Leftrightarrow C_1 \cdot (T_e - T_1) + C_2 \cdot (T_e - T_2) = 0 ; \text{ d'où : } T_e = \frac{C_1 \cdot T_1 + C_2 \cdot T_2}{C_1 + C_2}.$$

2) Si  $C_1 = C_2 = C \Rightarrow T_e = \frac{T_1 + T_2}{2}$ .

a-  $\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_e} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_e} \frac{C dT}{T} = C \cdot \ln \frac{T_e}{T_1},$

b- De même :  $\Delta S_2 = \int_{T_2}^{T_e} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_2}^{T_e} \frac{C dT}{T} = C \cdot \ln \frac{T_e}{T_2},$

c-  $\Delta S_{univ} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = C \cdot \ln \frac{T_e}{T_1} + C \cdot \ln \frac{T_e}{T_2} = C \cdot \ln \frac{T_e^2}{T_1 T_2} = C \cdot \ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4 T_1 T_2},$

d- Le deuxième principe de la thermodynamique est-il vérifié pour cette transformation irréversible?

Pour un système isolé, sujet à une transformation irréversible, on a :  $\Delta S > 0$ .

En effet :  $\frac{(T_1 + T_2)^2}{4 T_1 T_2} = \frac{(T_1 - T_2)^2 + 4 T_1 T_2}{4 T_1 T_2} = 1 + \frac{(T_1 - T_2)^2}{4 T_1 T_2} > 1$ , donc  $\Delta S > 0$  et le 2<sup>ème</sup> principe est bien vérifié.

### Exercice 3 :

1) Nature de la transformation : il s'agit d'une transformation quasi statique donc réversible, à température extérieure constante, c'est une transformation isotherme.

2) Calcule du travail reçu par le gaz : transformation isotherme, donc :  $P_1 V_1 = P_2 V_2$

$$\text{Et } \delta W = -P dV = -R \cdot T_1 \frac{dV}{V} \Rightarrow W = -R \cdot T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = -R \cdot T_1 \ln \frac{P_1}{P_2} = R \cdot T_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Remarque :  $P_1 = \frac{m_0 \cdot g}{S}$  et  $P_2 = \frac{(M + m_0) \cdot g}{S} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{M + m_0}{m_0} = 1 + \frac{M}{m_0}$ , d'où :

$$W = R \cdot T_1 \ln \frac{P_2}{P_1} = R \cdot T_1 \ln \left( 1 + \frac{M}{m_0} \right)$$

3) Calcule de la variation d'entropie du gaz :  $\Delta S_{gaz}$ .

Transformation isotherme réversible, on a :

$$dS_{gaz} = \frac{\delta Q}{T_1} \text{ avec } \delta Q = P dV \text{ car } dU = \delta Q + \delta W = c_V dT = 0 \text{ (1<sup>ère</sup> loi de Joule)}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{gaz} = \frac{-W}{T_1} = -R \cdot \ln \left( 1 + \frac{M}{m_0} \right),$$

4) Calcule de la variation d'entropie du milieu extérieur  $\Delta S_{ext}$ .

$$\text{Par définition : } dS_{ext} = -\frac{\delta Q}{T_1}, \Rightarrow \Delta S_{ext} = R \cdot \ln \left( 1 + \frac{M}{m_0} \right),$$

5) Calcule de la variation d'entropie de l'univers  $\Delta S_{uni}$ .  $\Delta S_{uni} = \Delta S_{gaz} + \Delta S_{ext} = 0$ .

6) Le 2<sup>ème</sup> principe de la thermodynamique est-il vérifié ?

La variation d'entropie de l'univers est nulle car la Transformation est réversible. Ce résultat est conforme avec le 2<sup>ème</sup> principe qui stipule que  $\Delta S_{uni} \geq 0$ .

#### **Exercice 4 :**

1) Température d'équilibre  $T_e$  : Système isolé thermiquement, donc pas d'échange d'énergie avec l'extérieur ( $Q = 0$ ). De plus, les deux blocs sont rigides (des solides), donc volume constant, donc aucun travail mécanique échangé ( $W = 0$ ).

$$\text{Donc :} \quad \Leftrightarrow \Delta U = \Delta U_f + \Delta U_p = Q_f + Q_p = 0 \quad (1);$$

Si  $T_e$  est la température finale du système à l'équilibre, on a :

$$m_f \cdot c_f (T_e - T_f) + m_p \cdot c_p (T_e - T_p) = 0 \Rightarrow T_e = \frac{m_f \cdot c_f \cdot T_f + m_p \cdot c_p \cdot T_p}{m_f \cdot c_f + m_p \cdot c_p}$$

$$\text{A.N : } T_e = 323,94 \text{ K} \approx 324 \text{ K}$$

2) Détermination de la variation d'entropie du système : « fer + plomb ». Soit  $\Delta S = \Delta S_f + \Delta S_p$

$$\text{Avec : } \Delta S_f = \int_{T_f}^{T_e} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_f}^{T_e} \frac{m_f \cdot c_f dT}{T} = m_f \cdot c_f \cdot \ln \frac{T_e}{T_f} = -4,71 \text{ J/K}$$

$$\text{Et } \Delta S_p = \int_{T_p}^{T_e} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_p}^{T_e} \frac{m_p \cdot c_p dT}{T} = m_p \cdot c_p \cdot \ln \frac{T_e}{T_p} = 6,18 \text{ J/K}$$

$$\text{D'où :} \quad \Delta S = \Delta S_f + \Delta S_p = 1,47 \text{ J/K}$$

Transformation irréversible d'un système isolé :  $\Delta S > 0$ , ce qui est conforme au 2<sup>ème</sup> principe.

#### **Exercice 5 :**

Remarque : Le lac est un réservoir, sa température reste constante alors que la température du cube de glace va passer de  $-10^\circ\text{C}$  à  $15^\circ\text{C}$  qui sera la température d'équilibre finale. Donc la température du cube de glace va varier de 263 K à 288 K en subissant les transformations successives suivantes :

1→2 : réchauffement de 263 K à 273 K ;

2→3 : fusion de la glace à 273 K ;

3→4 : réchauffement de 273 K à 288 K.

1) La variation d'entropie du cube de glace s'écrit donc :

$$\Delta S_{cub} = \Delta S_{12} + \Delta S_{23} + \Delta S_{34}$$

$$\text{Avec : } \Delta S_{12} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{m \cdot c_g dT}{T} = m \cdot c_g \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = (0,01 \text{ kg}) \cdot \left(2220 \frac{\text{J}}{\text{kg}}\right) \cdot \ln \frac{273}{263} = 0,828 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{23} = \frac{Q}{T} = \frac{m \cdot L_f}{T_2} = (0,01 \text{ kg}) \cdot \left(334 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}}\right) \cdot \frac{1}{273} \cdot \text{K}^{-1} = 12,23 \text{ J/K}$$

$$\text{Et } \Delta S_{34} = m \cdot c_\ell \cdot \ln \frac{T_4}{T_3} = (0,01 \text{ kg}) \cdot \left(4180 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot \text{K}\right) \ln \frac{288}{273} = 0,828 \frac{\text{J}}{\text{K}} = 2,236 \text{ J/K}$$

D'où :  $\Delta S_{cub} = 0,828 + 12,23 + 2,236 = 15,29 \text{ J/K}$ .

2) La variation d'entropie du lac est :

$\Delta S_{lac} = \frac{Q_{lac}}{T_s}$ , avec :  $Q_{lac}$  : la quantité de chaleur échangée avec le cube et  $T_s$  : la température du lac.

L'échange de chaleur a lieu uniquement entre les deux composantes du système, donc :

$$Q_{lac} + Q_{cub} = 0 \quad \text{Or,} \quad Q_{lac} = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34}$$

$$\text{Avec :} \quad Q_{12} = -m \cdot c_g (T_2 - T_1) = -(0,01) \cdot (2220) \cdot 10 = -222 \text{ J}$$

$$Q_{23} = -m \cdot L_f = -(0,01) \cdot (334 \cdot 10^3) = -3340 \text{ J}$$

$$\text{Et} \quad Q_{34} = m \cdot c_\ell (T_4 - T_3) = -(0,01) \cdot (4180) \cdot 15 = -627 \text{ J}$$

$$\text{D'où : } Q_{lac} = -(222 + 3340 + 627) = -4189 \text{ J} \Rightarrow \Delta S_{lac} = \frac{Q_{lac}}{T_s} = -\frac{4189}{288} = -14,54 \text{ J/K}.$$

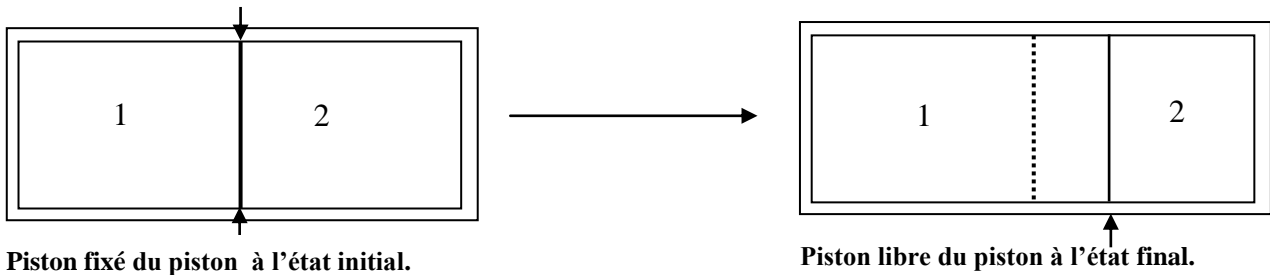
2) La variation la variation d'entropie de l'univers  $\Delta S_{uni}$ .

$$\Delta S_{uni} = \Delta S_{lac} + \Delta S_{cub} = (15,29 - 14,57) = 0,72 \text{ J/K}$$

Commentaire :  $\Delta S_{uni} > 0$ , le 2<sup>ème</sup> principe est vérifié.

### **Exercice 6 :**

Caractéristiques de l'état d'équilibre final.



1) Lorsqu'on libère le piston, celui-ci se déplace *spontanément* et ne s'arrête que lorsque l'équilibre, mécanique et thermique entre les deux parties du système, est atteint. C'est une transformation *irréversible*.

Equilibre thermique : Le piston étant conducteur de la chaleur, les deux parties sont à la même température finale  $T_f$ . Le système est thermiquement isolé et ne reçoit donc aucun travail ni chaleur de l'extérieur, on a donc :

$$\Delta U_{1+2} = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$$

Comme il s'agit d'un gaz parfait :  $\Delta U_1 = c_{1V} \cdot (T_f - T_0)$  et  $\Delta U_2 = c_{2V} \cdot (T_f - T_0)$  , soit :

$$(c_{1V} + c_{2V}) \cdot (T_f - T_0) = 0 \Rightarrow T_f = T_0 = 300 \text{ K}$$

Equilibre mécanique : la pression à l'état final est la même de chaque coté du piston soit,

$$P_{f1} = P_{f2} = P_f$$

La transformation étant *irréversible*, on ne connaît que les paramètres macroscopiques des états initial et final qui ont la même température, on a donc :

Pour la partie gauche,  $P_1 \cdot V_0 = P_f \cdot V_{1f}, (1)$

De même pour la partie droite,  $P_2 \cdot V_0 = P_f \cdot V_{2f}, (2)$

et sachant que :  $V_{1f} + V_{2f} = 2V_0$ , la somme de (1) +(2) donne :

$$(P_1 + P_2) \cdot V_0 = 2 \cdot P_f \cdot V_0 \Rightarrow P_f = \frac{P_1 + P_2}{2}, \quad \text{A.N: } P_f = 1,5 \text{ atm.}$$

2) Variation d'entropie du système. Sachant que les états de chaque partie ont même température  $T_0$ , on peut envisager une transformation réversible entre les mêmes états. Le résultat de étant indépendant du chemin pour une fonction d'état.

$$dS_1 = \left( \frac{\delta Q_1}{T_0} \right)_{rev} = \frac{c_P dT}{T_0} - \frac{V dP}{T_0} = -\frac{V dP}{T_0}, \quad \text{car } dT = 0 \text{ et sachant que : } P_1 V_0 = n_1 \cdot R T_0.$$

$$dS_1 = -\frac{V dP}{T_0} = -n_1 \cdot R \cdot \frac{dP}{P} \Rightarrow \Delta S_1 = -n_1 \cdot R \int_{P_1}^{P_f} \frac{dP}{P} = -n_1 \cdot R \cdot \ln \frac{P_f}{P_1} = -\frac{P_1 V_0}{T_0} \cdot \ln \frac{P_f}{P_1}$$

De même pour la partie droite, on a :  $P_2 V_0 = n_2 \cdot R T_0$ . avec  $n_2 = n_1$

$$\Delta S_2 = -n_1 \cdot R \int_{P_2}^{P_f} \frac{dP}{P} = -n_1 \cdot R \cdot \ln \frac{P_f}{P_2} = -\frac{P_2 V_0}{T_0} \cdot \ln \frac{P_f}{P_2}$$

Pour l'ensemble :  $\Delta S_{1+2} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = -\frac{P_1 V_0}{T_0} \cdot \ln \frac{P_f}{P_1} - \frac{P_2 V_0}{T_0} \cdot \ln \frac{P_f}{P_2},$

A.N :  $\Delta S_{1+2} \approx 5,7 \cdot 10^{-3} \text{ J/K} \Rightarrow \Delta S_{1+2} > 0$  puisque le système est isolé et la transformation est irréversible.