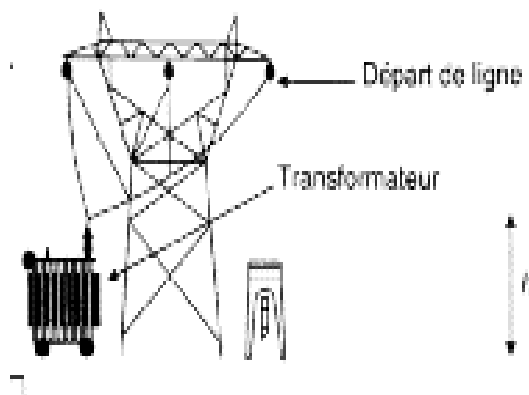




Module : Electrotechnique



Préparé par : M. EL MRABET

Année universitaire 2019/2020

Table des matières

Chapitre1 : Rappels sur les réseaux monophasés.....	2
I- Etude cinétique.....	2
II- Etude énergétique.....	9
III- Applications.....	15
Exercices.....	18
 Chapitre2 : Systèmes triphasés équilibrés.....	 19
I- Production des courants triphasés.....	19
II- Distribution en triphasé équilibré /Couplage.....	22
III- Etude énergétique.....	25
IV- Intérêt des systèmes triphasés.....	30
Exercices.....	31
 Chapitre3 : Circuits magnétiques.....	 33
I- Rappels et définitions.....	33
II- Etude des circuits magnétiques parfaits.....	35
III- Circuits magnétiques en alternatif.....	37
Exercices.....	42
 Chapitre4 : Transformateurs monophasés.....	 44
I- Introduction.....	44
II- Equation de fonctionnement.....	46
III- Transformateur parfait.....	47
IV- Transformateur réel.....	49
V- Mise en parallèle des transformateurs.....	53
VI- Mise sous tension d'un transformateur.....	58
Exercices.....	59
 Chapitre5 : Transformateurs triphasés.....	 61
I- Introduction.....	61
II- Transformateur triphasé.....	65
III- Fonctionnement en régime équilibré.....	69
IV- Protection des transformateurs.....	72
Exercices.....	73

Chapitre 1

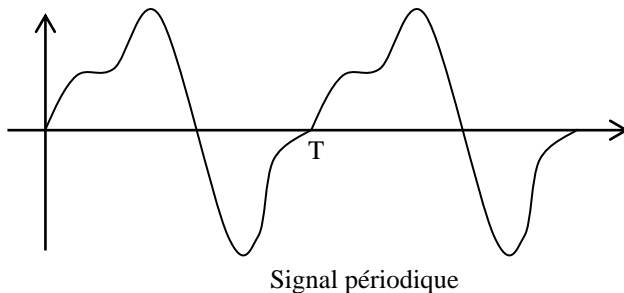
COURANTS MONOPHASES

I- ETUDE CINETIQUE

I-1 Caractéristiques d'un signal

I-2-1 Définitions

- Signal périodique : Une grandeur (tension, courant) est périodique si sa valeur instantanée $u(t)$ est telle que : $u(t) = u(t+T)$
 T est la période en s ; f sa fréquence $f = 1 / T$
- Elle est dite alternative si $u(t)$ change de signe au moins deux fois par période.



- Une grandeur est dite sinusoïdale si son expression en fonction du temps s'écrit :
 $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$
 U_m : amplitude
 ω : pulsation, égale à $\omega = 2\pi f = 2\pi / T$
 φ : phase initiale (ou phase à l'origine)
 $\omega t + \varphi$ = phase instantanée

I-2-2 valeur efficace d'un signal périodique

Une grandeur périodique est caractérisée par sa valeur efficace : c'est la racine carré du carré moyen (valeur quadratique moyenne); soit $u(t) = u(t+T)$
la valeur efficace de u est définie par :

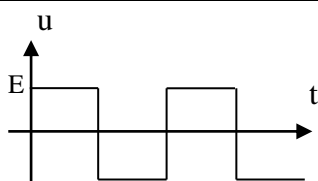
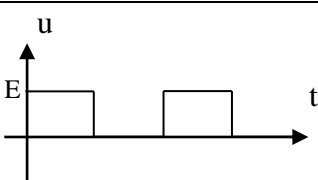
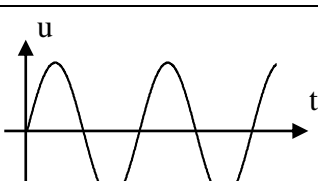
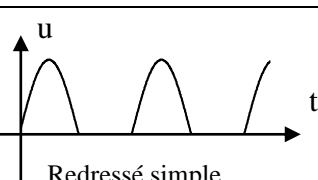
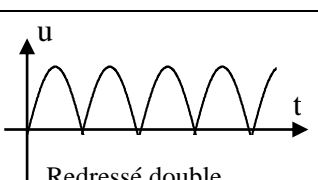
$$U_{eff} = \sqrt{(u^2)_{moy}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}$$

I-2-3 valeur moyenne d'un signal périodique

La valeur moyenne d'un signal périodique est définie par :

$$U_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt$$

Moyennes et valeurs efficaces des signaux élémentaires

Type de signal	Valeur moyenne	Valeur efficace
 <p>Carré symétrique</p>	$U_{\text{moy}} = 0$	$U_{\text{eff}} = E$
 <p>Carré positif</p>	$U_{\text{moy}} = E / 2$	$U_{\text{eff}} = E / \sqrt{2}$
 <p>Alternatif sinusoïdal</p>	$U_{\text{moy}} = 0$	$U_{\text{eff}} = U_{\text{max}} / \sqrt{2}$
 <p>Redressé simple alternance</p>	$U_{\text{moy}} = U_{\text{max}} / \pi$	$U_{\text{eff}} = U_{\text{max}} / 2$
 <p>Redressé double alternance</p>	$U_{\text{moy}} = 2 U_{\text{max}} / \pi$	$U_{\text{eff}} = U_{\text{max}} / \sqrt{2}$

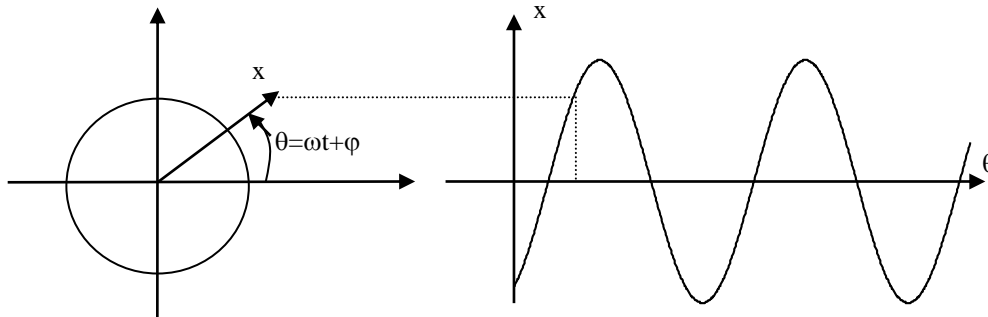
Remarque :

- ✓ Les appareils de mesures (voltmètres, ampèremètres) indiquent toujours la valeur efficace de la grandeur à mesurer.
- ✓ Les appareils ferromagnétiques et électrodynamiques sont utilisables quelque soit le signal tandis que Les appareils magnétoélectriques sont utilisables seul en sinusoïdal.
- ✓ Les grandeurs instantanées sont toujours indiquées en minuscule.

I-2 Représentation vectorielle / notation complexe

I-2-1 Diagramme de Fresnel

La valeur instantanée d'une grandeur sinusoïdale est la projection sur un axe fixe d'un vecteur tournant à la vitesse angulaire ω



Donc à toute grandeur sinusoïdale $x(t) = X \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$ on associe le vecteur \vec{X} de module X (valeur efficace de x) et d'argument φ (phase à l'origine de x)

Le diagramme de Fresnel consiste à associer au courant i et à la tension u qui le crée des vecteurs dont :

- Les modules sont égaux aux valeurs efficaces de ceux-ci
- Les arguments sont égaux aux phases à l'origine

Donc le tracé complet du diagramme de Fresnel comporte :

- Une direction de référence
- Une échelle pour les vecteurs tensions
- Une échelle pour les vecteurs courants

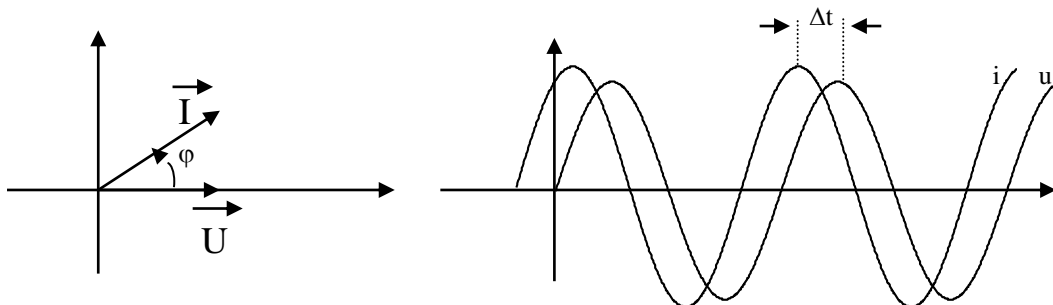
Exemple :

$$\text{Soit } u = U \sqrt{2} \sin(\omega t)$$

$$i = I \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$$

Les vecteurs associés à u et i sont notés respectivement

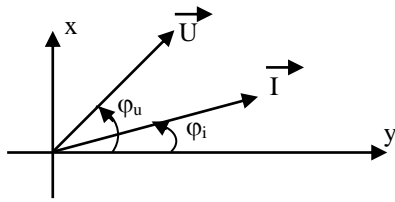
\vec{U} et \vec{I}



le déphasage de i et u est $\varphi = 2\pi \Delta t / T$

I-2-2 Notation complexe

Dans le plan de Fresnel muni d'un repère x, y ; les vecteurs \vec{U} et \vec{I} ont pour composantes :



$$\begin{aligned} & U \cos \varphi_u, \quad U \sin \varphi_u \\ & I \cos \varphi_i, \quad I \sin \varphi_i \end{aligned}$$

Dans le plan complexe muni du repère complexe \Re, \Im , Les vecteurs tension et courant s'écrivent :

$$\bar{U} = U \cos \varphi_u + j U \sin \varphi_u = U (\cos \varphi_u + j \sin \varphi_u) = U e^{j\varphi_u}$$

$$\bar{I} = I \cos \varphi_i + j I \sin \varphi_i = I (\cos \varphi_i + j \sin \varphi_i) = I e^{j\varphi_i}$$

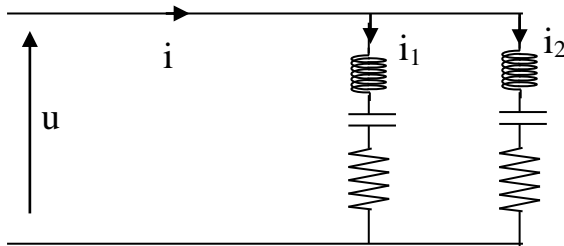
\bar{U} et \bar{I} sont les complexes associés respectivement à u et i .

I-3 Propriétés des grandeurs sinusoïdales

I-3-1 Addition – Soustraction

La somme (ou la différence) de deux grandeurs sinusoïdales de même pulsation (même fréquence) est une grandeur sinusoïdale ayant la même pulsation que ces grandeurs.

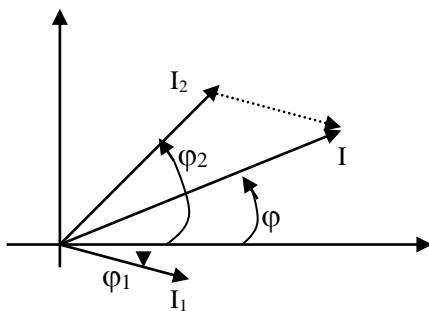
Exemple1



Si u est sinusoïdale alors i_1 et i_2 sont aussi sinusoïdaux et de même fréquence que u .
Le courant $i = i_1 + i_2$ est aussi sinusoïdal et de même fréquence que i_1 et i_2

$$\text{Donc } i = I \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$$

La détermination de I et φ peut se faire par plusieurs méthodes (méthode complexe, vectoriel, boucherot...)



Si :

$$i_1 = I_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$i_2 = I_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

alors

$$\bar{I}_1 = I_1 \cos \varphi_1 + j I_1 \sin \varphi_1$$

$$\bar{I}_2 = I_2 \cos \varphi_2 + j I_2 \sin \varphi_2$$

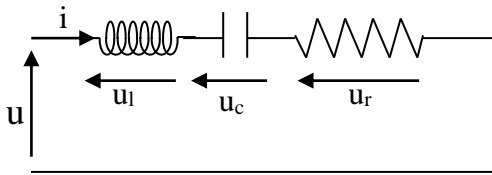
par identification on obtient :

$$I \cos \varphi = I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2$$

$$I \sin \varphi = I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin \varphi_2$$

D'où on en déduit I et φ

Exemple 2



$$u = u_l + u_c + u_r$$

si i est sinusoïdal alors u_l , u_c et u_r sont sinusoïdales.

Et donc u est sinusoïdale

$$u = U \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_u)$$

La détermination de U et φ_u se fait de la même façon que précédemment.

I-3-2 Dérivation – Intégration

La dérivée ou l'intégration d'une grandeur sinusoïdale est grandeur sinusoïdale de même pulsation (fréquence).

$$\text{Si } i = I \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) \text{ alors } \frac{di}{dt} = \omega I \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi + \pi/2)$$

$$\int i dt = \frac{I \sqrt{2}}{\omega} \cos(\omega t + \varphi - \pi/2)$$

Donc :

- ✓ dériver revient à multiplier la valeur efficace par ω et à déphaser en avant de $\pi/2$
- ✓ Intégrer revient à diviser la valeur efficace par ω et à déphaser en arrière de $\pi/2$

Si i est représenté par le complexe \bar{I}

Alors di/dt est représenté par le complexe $j\omega \bar{I}$

Et $\int i dt$ est représenté par le complexe $-j\bar{I}/\omega$

I-4 Impédances

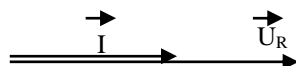
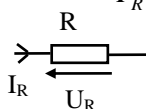
Un circuit est linéaire si les valeurs des éléments qui le constituent sont indépendantes du courant qui le traverse et de la tension à ses bornes.

Et on définit son impédance par le quotient de la tension à ses bornes par le courant qui le traverse. $Z = \frac{U}{I}$

On définit aussi l'impédance complexe par : $\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}}$

Résistance pure :

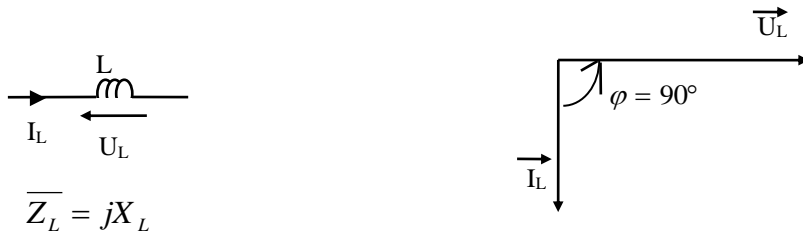
$$R = \frac{U_R}{I_R} \quad \text{avec } U : \text{ tension efficace, et } I \text{ courant efficace.}$$



est en phase avec \vec{I}

Inductance pure :

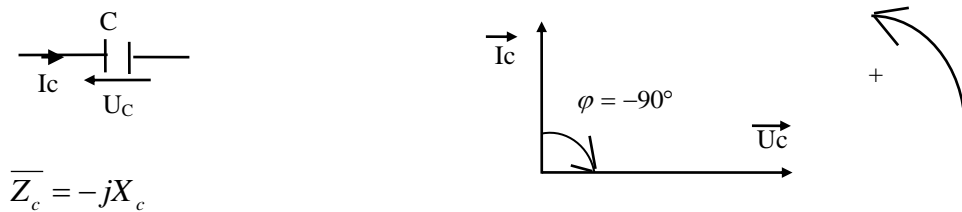
On note $X_L = L\omega = \frac{U_L}{I_L}$ la réactance de l'inductance avec L l'inductance en Henry et ω la pulsation en rad/s ($=2\pi f$).



\vec{I}_L est en quadrature arrière par rapport à \vec{U}_L

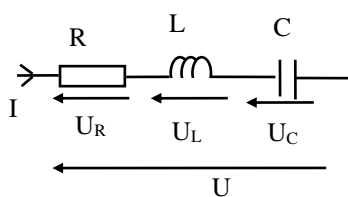
Capacité pure :

On note $X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{U_C}{I_C}$ la réactance de la capacité avec C le condensateur et ω la pulsation en rad/s ($=2\pi f$).



\vec{I}_C est en quadrature avance par rapport à \vec{U}_C

Circuit R, L, C série :



L'équation du circuit s'écrit :

$$\forall t : u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt \quad (1)$$

l'équation (1) traduite en complexe devient :

$$\bar{U} = R\bar{I} + jL\omega\bar{I} + \frac{1}{jC\omega}\bar{I} = \bar{Z}\bar{I}$$

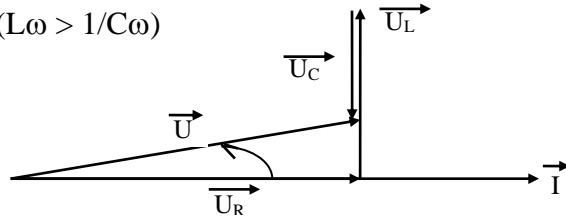
$$\text{où } \bar{Z} = R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega})$$

\bar{Z} impédance complexe du circuit.

Trois cas peuvent se présenter :

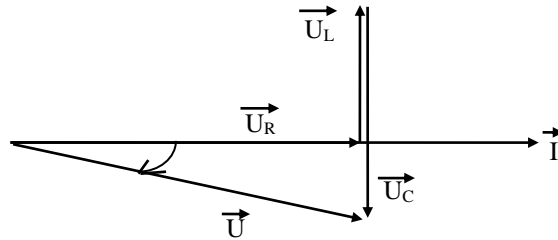
1er cas : $U_L > U_C$ le circuit est Inductif ($L\omega > 1/C\omega$)

$$\varphi > 0$$



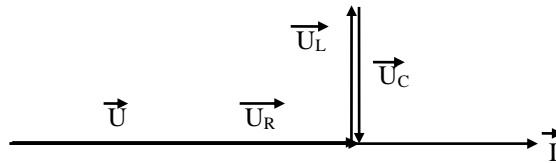
2ème cas : $U_L < U_C$ le circuit est Capacitif ($L\omega < 1/C\omega$)

$$\varphi < 0$$



3ème cas : $U_L = U_C$ le circuit est Résistif ($L\omega = 1/C\omega$)

$$\varphi = 0$$



Quelque soit le cas on retrouve :

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \text{ ou encore } Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$$

$$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Note : La résonance est obtenue lorsque $U_L = U_C$ et donc pour $LC\omega^2 = 1$. Dans ce cas particulier (3ème cas), on obtient un circuit où seule la résistance est importante, on peut négliger le reste.

II- ETUDE ENERGETIQUE

II-1 puissance

II-1-1 puissance instantanée

la puissance instantanée transmise par la ligne est le produit des valeurs de l'intensité du courant $i(t)$ et de la tension $v(t)$ à l'instant considéré

$$p = u(t) i(t)$$

II-1-2 Puissance active

la puissance P , absorbée par un récepteur parcouru par un courant i sous l'effet d'une tension aux bornes u , est la valeur moyenne de la puissance instantanée $u(t) i(t)$.

$$P = (u(t) i(t))_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt$$

(unité : le watt W)

$$P = (u(t) i(t))_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt$$

En sinusoïdal

$$\text{Si } u(t) = U \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = I \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$\text{alors } p = 2 UI \cos(\omega t + \varphi_u) \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$p = UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) + UI \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$$

on obtient donc pour la puissance active P :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt \quad \Rightarrow \quad P = UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) \quad \text{ou}$$

$$P = UI \cos \varphi$$

Avec $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ est le déphasage de i par rapport à u

En remarque que : $p = P + UI \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$

Le terme $P_f = UI \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$ est appelé puissance fluctuante

P_f : c'est la puissance qui oscille à la pulsation 2ω , grandeur sinusoïdale correspondant à une énergie oscillant entre générateur et récepteur.

II-1-3 Puissance apparente

La puissance apparente est définie comme étant le produit des valeurs efficaces du courant et de la tension.

$$S = UI$$

(unité : volt-ampere VA)

il ne faut confondre la puissance apparente S avec la puissance P , la puissance apparente c'est une puissance de dimensionnement, elle est utilisée dans le calcul des lignes, transformateurs, appareils de protection et de mesure...

II-1-4 *facteur de puissance*

on appelle *facteur de puissance* le quotient de la puissance par la puissance apparente

$$f = P / S$$

en régime sinusoïdal,

le facteur de puissance est égal à $f = P / S = \cos\varphi$

II-1-5 *Puissance réactive*

En régime sinusoïdal, on définit, outre la puissance P et la puissance apparente S , la puissance réactive par :

$$Q = UI \sin\varphi \quad (\text{unité : volt-ampère réactif VAR})$$

- Q est positif lorsque i est en retard par rapport à u ($\varphi_u - \varphi_i > 0$) : circuit inductif.
- Q est négatif lorsque i est en avance par rapport à u ($\varphi_u - \varphi_i < 0$) : circuit capacitif.

II-2 *Puissance complexe*

On définit la puissance complexe \bar{S} par :

$$\bar{S} = \bar{U} \cdot \bar{I}^*$$

\bar{I}^* est le complexe conjugué du \bar{I}
 \bar{I} complexe associé à i ; $\bar{I} = I e^{j\varphi_i}$
 \bar{U} complexe associé à u ; $\bar{U} = U e^{j\varphi_u}$

On obtient donc :

$$\begin{aligned} \bar{S} &= U e^{j\varphi_u} \times I e^{j\varphi_i} = U I e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = U I e^{j\varphi} \quad (\varphi = \varphi_u - \varphi_i) \\ &= U I (\cos\varphi + j \sin\varphi) = U I \cos\varphi + j U I \sin\varphi \end{aligned}$$

$$\bar{S} = P + j Q$$

La puissance active est la partie réelle de \bar{S} , La puissance réactive est sa partie imaginaire et la puissance apparente est le module de \bar{S} .

Supposons une source V débitée, sur un récepteur d'impédance $\bar{Z} = R + j X$, un courant I

$$\text{On a : } V = Z I \quad \text{ou} \quad I = Y V \quad (\bar{Y} = 1 / \bar{Z} = G + j B)$$

On obtient donc pour la puissance :

$$S = V I^* = Z I I^* = Z I^2 = R I^2 + j X I^2$$

\Rightarrow

$$\begin{aligned} P &= R I^2 \\ Q &= X I^2 \end{aligned}$$

Ou encore;

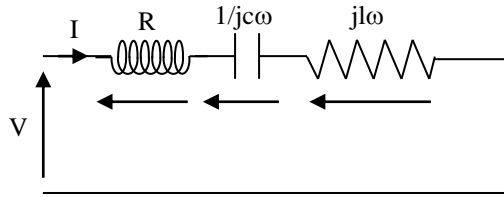
$$S = V I^* = V Y^* V^* = Y^* V^2 = G V^2 + j B V^2$$

\Rightarrow

$$\begin{aligned} P &= G V^2 \\ Q &= B V^2 \end{aligned}$$

Exemple

- Circuit RLC série :



l'impédance du circuit est :

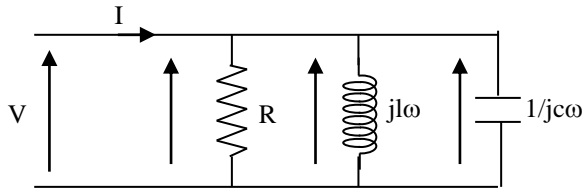
$$Z = R + j (L\omega - 1 / C\omega)$$

Les puissances absorbées par le circuit

$$\text{sont : } P = R I^2$$

$$\text{et } Q = (L\omega - 1 / C\omega) I^2$$

- Circuit RLC parallèle :



L'admittance du circuit est :

$$Y = 1/R + j (C\omega - 1/L\omega)$$

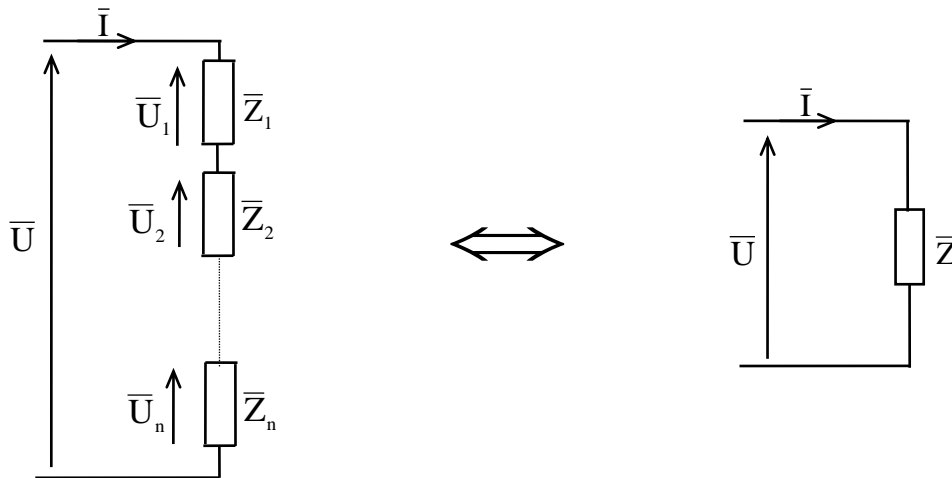
Les puissances mises en jeu sont :

$$P = V^2 / R$$

$$\text{Et } Q = V^2 / (C\omega - 1/L\omega)$$

II-3 Association d'impédances (théorème de Boucherot)

II-3-1 Association série



$$\bar{U} = \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \dots + \bar{U}_n$$

$$\bar{Z}\bar{I} = \bar{Z}_1\bar{I} + \bar{Z}_2\bar{I} + \dots + \bar{Z}_n\bar{I}$$

$$\bar{Z} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \dots + \bar{Z}_n$$

\bar{Z} : impédance équivalente.

$$\bar{U}\bar{I}^* = \bar{U}_1\bar{I}^* + \bar{U}_2\bar{I}^* + \dots + \bar{U}_n\bar{I}^*$$

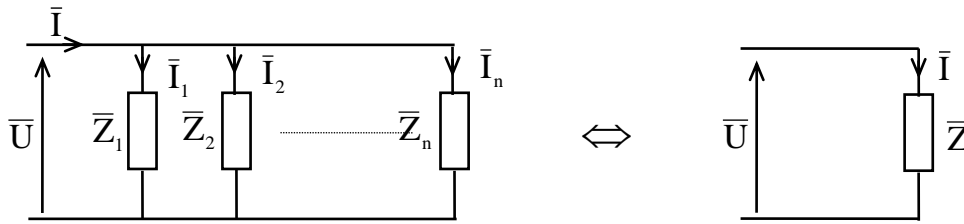
$$\bar{S} = \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \dots + \bar{S}_n$$

$$P + jQ = P_1 + jQ_1 + P_2 + jQ_2 + \dots + P_n + jQ_n$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = P_1 + P_2 + \dots + P_n \\ Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \end{cases} \quad \text{Théorème de Boucherot}$$

Les puissances actives et réactives s'ajoutent algébriquement.

II-3-2 Association parallèle



$$\begin{aligned}\bar{I} &= \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \dots + \bar{I}_n \\ \bar{Y}\bar{U} &= \bar{Y}_1\bar{U} + \bar{Y}_2\bar{U} + \dots + \bar{Y}_n\bar{U} \\ \bar{Y} &= \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \dots + \bar{Y}_n\end{aligned}$$

avec \bar{Y} : admittance équivalente

$$\begin{aligned}\bar{U}\bar{I}^* &= \bar{U}\bar{I}_1^* + \bar{U}\bar{I}_2^* + \dots + \bar{U}\bar{I}_n^* \\ \text{aussi } \bar{S} &= \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \dots + \bar{S}_n \\ P + jQ &= P_1 + jQ_1 + P_2 + jQ_2 + \dots + P_n + jQ_n \\ \Rightarrow \begin{cases} P = P_1 + P_2 + \dots + P_n \\ Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \end{cases} & \text{Théorème de Boucherot}\end{aligned}$$

Les puissances actives et réactives s'ajoutent algébriquement

II-4 Développement en série de Fourier

II-4-1 Définition

Toute fonction périodique de période T, donc telle que

$$x(t) = x(t + T) \quad f = 1/T \text{ est la fréquence, } \omega = 2\pi f \text{ la pulsation,}$$

peut être décomposée en une somme comprenant :

- un terme constant (la moyenne)
- un terme sinusoïdal de fréquence f (le fondamental)
- une suite, limitée ou non, de termes sinusoïdaux de fréquence multiple entier de f (les harmoniques)

$$x = X_0 + X_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1) + X_{2m} \sin(2\omega t + \varphi_2) + \dots + X_{pm} \sin(p\omega t + \varphi_p)$$

p désignant le rang de l'harmonique

X_{pm} son amplitude

φ_p son déphasage lu à l'échelle de sa pulsation propre $p\omega$

Pour faciliter les calculs, on écrit souvent :

$$x = X_0 + A_1 \sin \omega t + B_1 \cos \omega t + A_2 \sin 2\omega t + B_2 \cos 2\omega t + \dots + A_p \sin p\omega t + B_p \cos p\omega t$$

$$\text{où } \sqrt{A_k^2 + B_k^2} = X_{km} \quad \text{et} \quad B_k / A_k = \tan \varphi_k$$

On calcule le terme constant, égal à la valeur moyenne, et les compotes des termes sinusoidaux par :

$$X_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x dt$$

$$A_k = \frac{2}{T} \int_0^T x \sin(k \omega t) dt$$

$$B_k = \frac{2}{T} \int_0^T x \cos(k \omega t) dt$$

II-4-2 Relation entre valeur efficace, puissance et développement en série de Fourier

valeur efficace :

$$X_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt} = \sqrt{X_0^2 + \frac{1}{2} X_{1m}^2 + \dots + \frac{1}{2} X_{pm}^2 + \dots}$$

$$X_{eff} = \sqrt{X_0^2 + X_1^2 + \dots + X_p^2 + \dots}$$

La valeur efficace d'une grandeur périodique est la racine carrée de la somme des carrés du terme constant et des valeurs efficaces des divers termes sinusoidaux du développement en série de Fourier.

Puissance :

Soit $u = U_0 + U_{1m} \sin(\omega t + \Phi_1) + U_{2m} \sin(2\omega t + \Phi_2) + \dots + U_{pm} \sin(p\omega t + \Phi_p)$

et $i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + I_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots + I_{pm} \sin(p\omega t + \psi_p)$

La puissance P a pour valeur :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt$$

$$= U_0 I_0 + \frac{1}{2} U_{1m} I_{1m} \cos \varphi_1 + \frac{1}{2} U_{2m} I_{2m} \cos \varphi_2 + \dots + \frac{1}{2} U_{pm} I_{pm} \cos \varphi_p$$

avec $\varphi_k = \Phi_k - \psi_k$ le déphasage lu à l'échelle de la pulsation $k\omega$

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots + U_p I_p \cos \varphi_p$$

II-5 Signification des puissances

☑ La puissance active correspond à la puissance transportée entre les générateurs et les récepteurs, physiquement elle est liée à la transformation d'énergie :

- mécanique \longrightarrow électrique dans le cas des alternateurs
- électrique \longrightarrow mécanique dans les moteurs
- électrique \longrightarrow calorifique dans les récepteurs destinés à l'éclairage, chauffage, fours ...

On note que la notion du *rendement* est liée à la *puissance active*.

☑ La puissance apparente ou puissance de dimensionnement sert à fixer les sections dans les lignes de transport et de distribution ainsi que celle des circuits magnétiques et des bobines des différentes machines, elle permet aussi le réglage des appareils de protections.

☑ La puissance réactive traduit les échanges d'énergie à valeur moyenne nulle entre une source et une inductance ou une capacité (signifie que les récepteurs mettent en jeu des phénomènes d'accumulation d'énergie électrostatique et électromagnétique)

II-6 Mesure de puissance

Un wattmètre est un appareil, qui permet de mesurer la puissance active, contenant au moins deux bobines : une bobine fixe en gros fil parcourue par le courant i et une bobine mobile en fil fin mise en série avec une très forte résistance non inductive, l'ensemble (bobine en fil fin + résistance) est dérivé sur la tension.

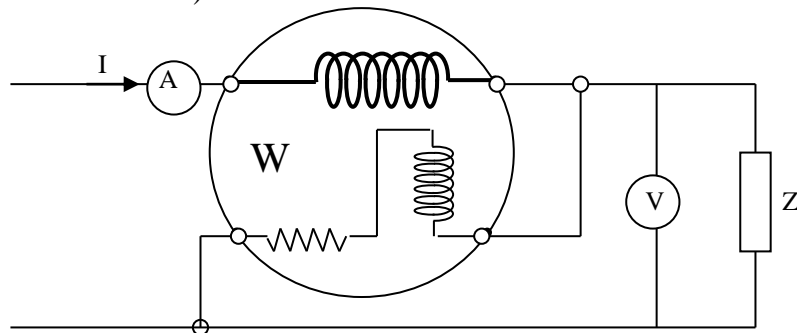


Schéma de principe d'un montage permettant la mesure de La puissance monophasée absorbé par le récepteur d'impédance Z

la déviation W du wattmètre est proportionnelle à la valeur moyenne du $v.i$ soit :

$$W = (v.i)_{\text{moy}} = V I \cos\varphi = P_{\text{active}}$$

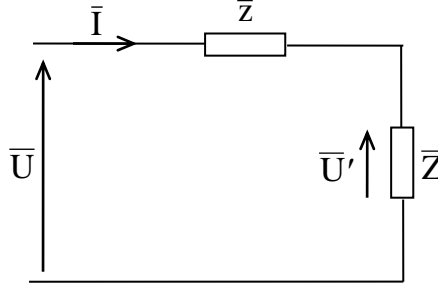
La puissance apparente est donnée par : $S = V.I$

La puissance réactive est calculée à partir de S et P par : $Q^2 = \sqrt{S^2 - P^2}$

III- APPLICATIONS

III-1 Chute de tension dans une ligne alimentant un circuit inductif

On considère le circuit où le récepteur d'impédance $\bar{Z} = R + jX$ est alimenté par l'intermédiaire d'une ligne d'impédance $\bar{z} = r + jx$

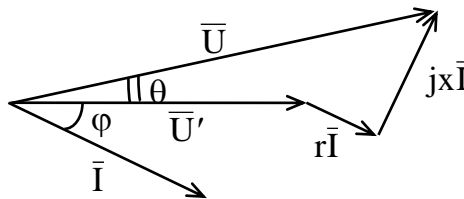


$$\text{On a : } \begin{cases} \bar{U}' = (R + jX)\bar{I} \\ \bar{U} = [(R + r) + j(X + x)]\bar{I} \end{cases}$$

$$\frac{U'}{U} = \frac{\sqrt{R^2 + X^2}}{\sqrt{(R + r)^2 + (X + x)^2}} < 1 \text{ chute de tension.}$$

On caractérise le récepteur par le courant I qu'il absorbe et par le cosinus de son déphasage arrière et on évalue la chute de tension dans la ligne.

On a un circuit série donc U' origine des phases:



par projection sur \bar{U}' et $j\bar{U}'$ on trouve :

$$\begin{cases} U \cos \theta = U' + rI \cos \varphi + xI \sin \varphi & (1) \\ U \sin \theta = 0 - rI \sin \varphi + xI \cos \varphi & (2) \end{cases}$$

on obtient $U = \sqrt{(1)^2 + (2)^2}$

en général θ est faible $\Rightarrow \cos \theta \approx 1$

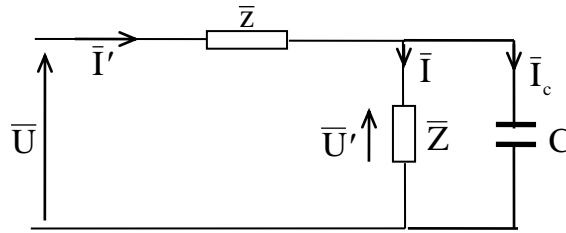
$$\Delta U = U - U' \approx r.I \cos \varphi + x.I \sin \varphi$$

Si P' et Q' désignent respectivement la puissance active et la puissance réactive du récepteur, on obtient la chute de tension par :

$$\Delta U = r \frac{P'}{U'} + x \frac{Q'}{U'}$$

ce qui montre que plus fortes sont les puissance P' et Q' consommées, plus forte sera la chute de tension.

Il est possible de réduire, voir annuler, la chute de tension dans la ligne en branchant un condensateur aux bornes du récepteur



Les nouvelles puissances consommées au bout de la ligne sont P' et $Q' + Q_c$ avec :

$$Q_c = -U'I_c = -C\omega U'^2 = -\frac{1}{C\omega} I_c^2$$

$$U'I' = \sqrt{P'^2 + (Q' + Q_c)^2}$$

$$I' = \frac{\sqrt{P'^2 + (Q' + Q_c)^2}}{U'}$$

Les puissances débitées par la source sont :

$$P' + rI'^2 = P' + \frac{r}{U'^2} [P'^2 + (Q' + Q_c)^2] \quad (3)$$

$$Q' + Q_c + xI'^2 = Q' + Q_c + \frac{x}{U'^2} [P'^2 + (Q' + Q_c)^2] \quad (4)$$

$$UI' = \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$$

Les puissances apparentes $U'I'$ et UI' doivent être égales si l'on veut $U' = U \Rightarrow \Delta U = 0$

$$\sqrt{P'^2 + (Q' + Q_c)^2} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{r^2 + x^2}{U'^2} (Q' + Q_c)^2 + 2x(Q' + Q_c) + (P'^2 \frac{r^2 + x^2}{U'^2} + 2rP') = 0$$

équation qui permet de calculer $Q' + Q_c$ donc C connaissant r , x , P' , Q' , U' et ω .

III-2 Compensation de l'énergie réactive

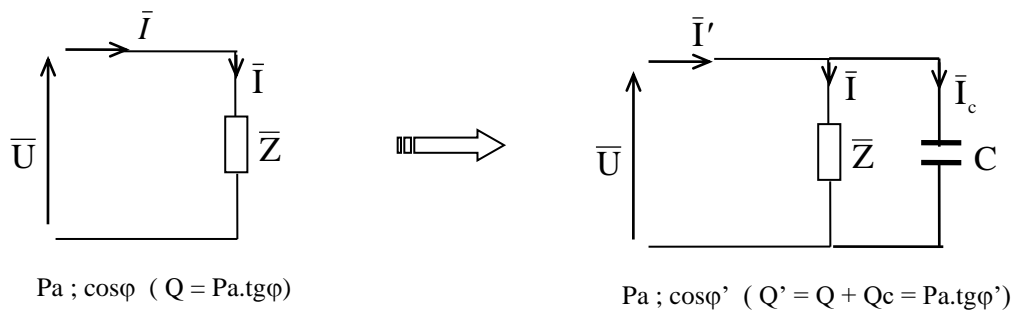
Une installation est caractérisée par sa puissance active (ou courant) et son facteur de puissance.

Or on a : $P = UI \cos \phi$

Donc à puissance active constante, si on augmente le facteur de puissance $\cos \phi$, le courant appelé par l'installation diminue.

L'amélioration du facteur de puissance optimise le dimensionnement des transformateurs et des câbles. Elle réduit également les pertes en ligne et les chutes de tension.

L'installation des condensateurs en parallèle avec l'installation permet de diminuer, voir supprimer, l'énergie réactive transportée, donc de diminuer les chutes de tension en ligne.



Le fait d'installer un condensateur générateur de l'énergie réactive est un moyen simple, souple et vite amorti de s'assurer d'un bon facteur de puissance. Cela s'appelle compenser l'installation.

Diagramme des puissances

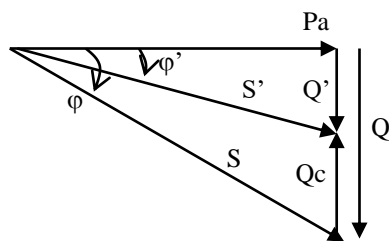


Schéma de principe de la compensation

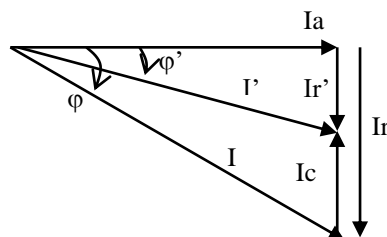
$$Q_c = Q - Q' \text{ or } Q = P_a \cdot \tan\varphi \text{ et } Q' = P_a \cdot \tan\varphi'$$

$$Q_c = P_a (\tan\varphi - \tan\varphi')$$

$$\text{D'autre part } Q_c = C\omega U^2$$

D'où on en déduit la valeur C du condensateur.

Diagramme des courants



Représentation graphique à partir des courants

Avant compensation :

$$I_r = I \sin\varphi$$

$$I_a = I \cos\varphi$$

Après compensation :

$$I_r' = I_r - I_c = I' \sin\varphi'$$

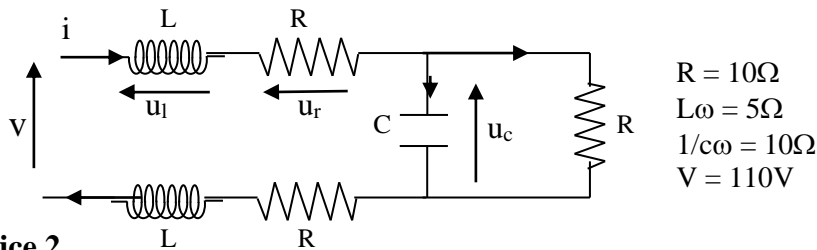
$$I_a' = I_a = I' \cos\varphi'$$

D'où on en déduit I_c et par suite la valeur C du condensateur

Exercice

Exercice 1

Tracer le diagramme vectoriel et calculer les valeurs efficaces de toutes les grandeurs (tensions et courants) pour le circuit, alimenté par une tension sinusoïdale $v(t)$, suivant :

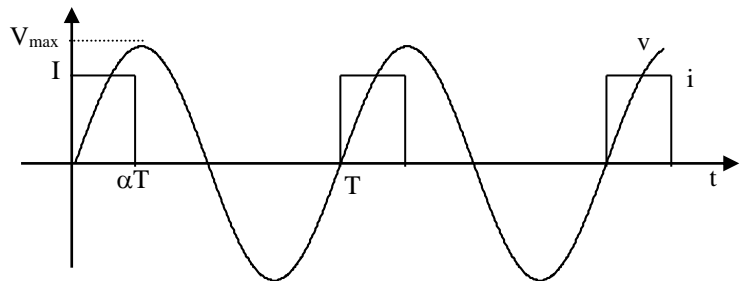


Exercice 2

Soit un récepteur, qui alimenté sous une tension sinusoïdale $v(t)$ absorbe un courant $i(t)$ dont la forme est représentée par la figure ci-dessous :

Calculer :

- La valeur efficace du courant
- La puissance active absorbée
- Le facteur de puissance.



Exercice 3

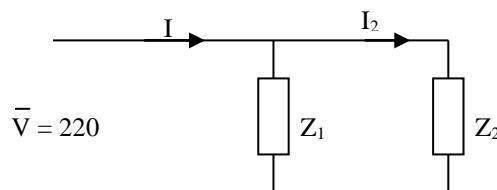
Un récepteur monophasé alimenté sous une tension 220V- 50Hz absorbe une puissance de 4.4kW avec un facteur de puissance 0.8Ar.

- 1- Calculer le courant absorbé par l'installation et donner son expression instantanée.
- 2- Calculer la valeur du condensateur à brancher en parallèle avec l'installation pour améliorer sa facteur de puissance à 1.
- 3- Une charge d'impédance $Z = R + jX$ est branchée en parallèle avec l'installation précédente (récepteur + condensateur), la nouvelle valeur du courant est $I_2 = 42A$ avec un facteur de puissance égal à 0.9Ar.

Calculer le courant dans la charge et identifier son impédance Z

Exercice 4

On considère le circuit suivant :



On donne : $V = 220 \text{ V}$; $I = 20 \text{ A}$; $\cos\phi = 0.8Ar$

Z_1 est une inductance pure $X_1 = 27.5 \text{ ohms}$. $Z_2 = R_2 + jX_2$

- 1 - On demande de calculer la valeur efficace de I_2 , le facteur de puissance de la charge Z_2 , la valeur de R_2 et de X_2 .
- 2 - Déterminer les expressions instantanées des courants $i_1(t)$, $i_2(t)$.
- 3 - Déterminer les puissances active et réactive absorbées par le circuit.
- 4 - Déterminer la valeur du condensateur C à mettre en parallèle avec le circuit pour avoir un facteur de puissance global égal à 0.9Ar.

Chapitre 2

SYSTEMES TRIPHASES EQUILIBRES

I- Production des courants triphasés

I.2 Introduction

Définition

On appelle système triphasé équilibré trois grandeurs sinusoïdales de même fréquence, même amplitude et déphasées de $2\pi/3$ les unes par rapport aux autres. Selon le sens de déphasage, on distingue deux types :

- système triphasé équilibré direct
- système triphasé équilibré indirect (inverse)

Système triphasé équilibré direct

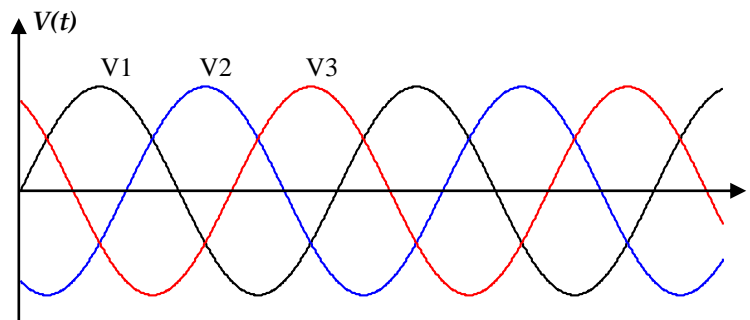
Dans un système à succession directe, les tensions V_1 , V_2 et V_3 passent par leurs maximums, successivement dans cet ordre.

$$V_1(t) = V \sqrt{2} \cos \omega t$$

$$V_2(t) = V \sqrt{2} \cos(\omega t - 2\pi/3)$$

$$V_3(t) = V \sqrt{2} \cos(\omega t - 4\pi/3)$$

La somme de trois grandeurs Sinusoïdales formant un système triphasé équilibré est nulle



Courbes des valeurs instantanées.

$$\cos \omega t + \cos(\omega t - 2\pi/3) + \cos(\omega t - 4\pi/3) = 0$$

Système triphasé équilibré inverse

Dans un système à succession inverse, les tensions V_2 et V_3 sont échangées.

$$V_1(t) = V \sqrt{2} \cos \omega t$$

$$V_2(t) = V \sqrt{2} \cos(\omega t - 4\pi/3)$$

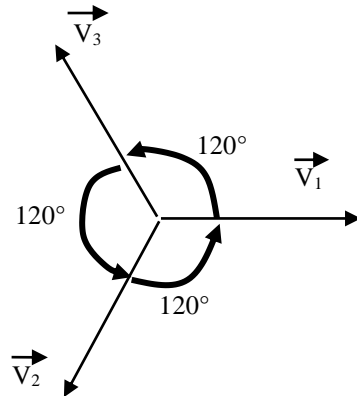
$$V_3(t) = V \sqrt{2} \cos(\omega t - 2\pi/3)$$

Représentation d'un système triphasé équilibré

Si la tension v_1 est représentée par le complexe \bar{V}_1 , alors v_2 est représentée par le complexe \bar{V}_2 de même module que \bar{V}_1 et déphasé de $2\pi/3$ (120°), dans le sens trigonométrique par rapport à \bar{V}_1 .

v_3 est représentée par le complexe \bar{V}_3 de même module que \bar{V}_2 (\bar{V}_1) et déphasé de $2\pi/3$ (120°), dans le sens trigonométrique par rapport à \bar{V}_2 .

Diagramme vectoriel des tensions :



On remarque que $\overline{V_1} + \overline{V_2} + \overline{V_3} = 0$

Opérateur rotation

Il est commode d'introduire le nombre complexe a , l'une des racines cubiques de l'unité.

$$a = e^{j2\pi/3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

propriété :

$$a^3 = 1, \quad a^2 = a^{-1}$$

$$1 + a + a^2 = 0$$

$$1 - a = \sqrt{3} e^{-j\pi/6}$$

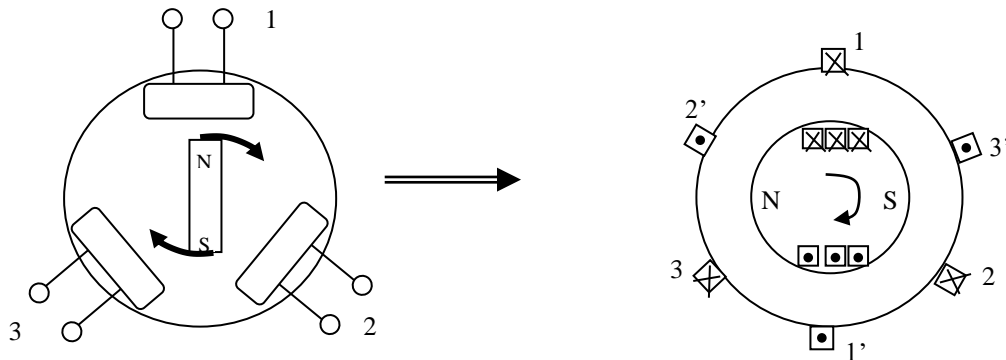
$$1 - a^2 = \sqrt{3} e^{j\pi/6}$$

avec ces notations, un système triphasé équilibré s'écrit :

$$\begin{aligned} \overline{V_1} &= \overline{V_1} \\ \overline{V_2} &= a^2 \overline{V_1} \\ \overline{V_3} &= a \overline{V_1} \end{aligned}$$

I-2 Production d'un système triphasé de tension

Considérons maintenant trois bobines identiques, décalées entre elles de $2\pi/3$ (120°) dans l'espace et soumises au même champ d'induction \vec{B} .



Choisissons l'instant $t = 0$ au moment où \vec{B} et \vec{ox} (l'axe de la bobine 1) sont colinéaires. La f.e.m induite dans la bobine 1 sera donc prise comme origine des phases :

$$e_1 = E_m \sin \omega t$$

Il est clair que la f.e.m. induite dans la bobine 2 sera déphasée par rapport à celle induite dans la phase 1 de $2\pi/3$ ou 120° , celle induite dans la phase 3 de 240° ou $4\pi/3$ par rapport à la phase 1.

$$e_1 = E_m \sin \omega t$$

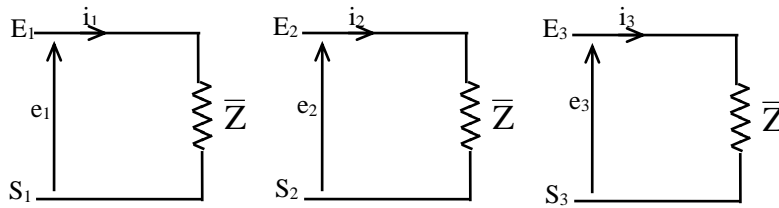
$$e_2 = E_m \sin(\omega t - 2\pi/3)$$

$$e_3 = E_m \sin(\omega t - 4\pi/3) = E_m \sin(\omega t + 2\pi/3)$$

Les trois f.e.m. ainsi obtenues constituent un système triphasé équilibré.

I.3- Production de courants triphasés équilibrés

Relions les trois tensions précédentes à trois récepteurs identiques d'impédance \bar{Z} .



Si φ est le déphasage introduit par l'impédance \bar{Z} , l'expression des valeurs instantanées des trois courants est :

$$\begin{cases} i_1 = I_m \sin(\omega t - \varphi) \\ i_2 = I_m \sin(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \\ i_3 = I_m \sin(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$

avec $I_m = \frac{E_m}{Z}$

Les courants constituent un système triphasé équilibré.

II- Distribution en courants triphasés /Couplage

II-1- L'installation triphasée

Elle comprend un générateur, une ligne de distribution et des récepteurs.

☑ Le générateur : comporte trois bornes accessibles (éventuellement quatre si le neutre est sortie) entre lesquelles existent des tensions de même fréquence. Pour un système équilibré, ces tensions ont la même valeur efficace et sont déphasées l'une par rapport à la suivante de $\frac{2\pi}{3}$. Si l'une des conditions n'est pas remplie, le système est déséquilibré.

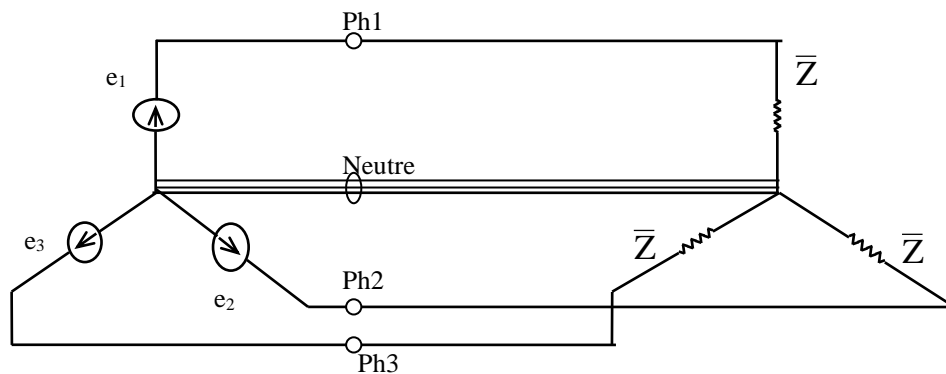
☑ Ligne de distribution : c'est un ensemble de trois fils conducteurs de même section, pour un montage sans neutre. On peut adjoindre un fil neutre de section, généralement, plus faible si la borne neutre est sortie coté générateur et coté récepteur.

☑ Le récepteur : lorsqu'il est équilibré, est formé de trois impédances égales en modules et en arguments.

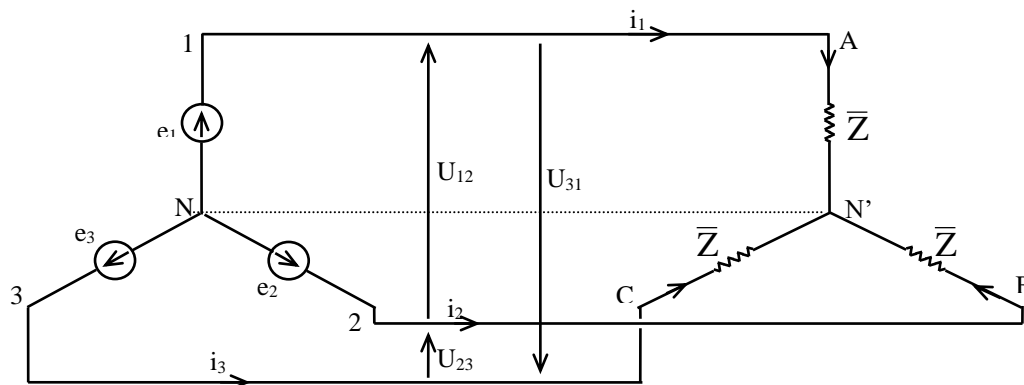
Il existe deux types de montages :

- montage étoile ;
- montage triangle.

II-2- Couplage étoile(Y)



Si on réunit les trois fils du retour, on obtient un fil unique parcouru par la somme des trois courants. Ici $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ (système équilibré) et le courant qui y passe est nul. On peut, donc, supprimer ce fil.

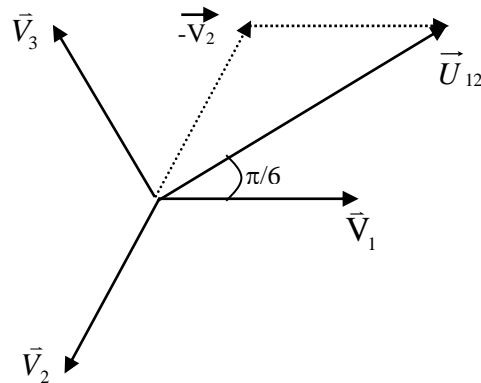


Montrons que si les trois récepteurs ne sont pas identiques il y aura un courant dans le fil commun qu'on ne peut supprimer. La distribution sera faite, alors, avec quatre fils. Les trois fils principaux sont appelés fils de phase, le quatrième est appelé fil neutre ou neutre.

Les tensions V_1 , V_2 et V_3 entre phase et neutre sont appelées tensions de phases ou tensions simples. On définit les tensions entre phases ou tensions composées par :

- U_{12} la tension entre la phase 1 et la phase 2 ;
- U_{23} la tension entre la phase 2 et la phase 3 ;
- U_{31} la tension entre la phase 3 et la phase 1.

Où $\vec{U}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 \dots$



\vec{U}_{12} est en avance de $\pi/6$ par rapport à \vec{V}_1

le module $U_{12} = 2V_1 \cos \pi/6 = \sqrt{3}V_1$

finalement $\vec{U}_{12} = \sqrt{3}V_1 e^{j\pi/6}$

on trouve des relations entre : \vec{U}_{23} et \vec{V}_2 et \vec{U}_{31} et \vec{V}_3

$$U = \sqrt{3}V$$

REMARQUE :

$$V = 127V \Rightarrow U = 220V$$

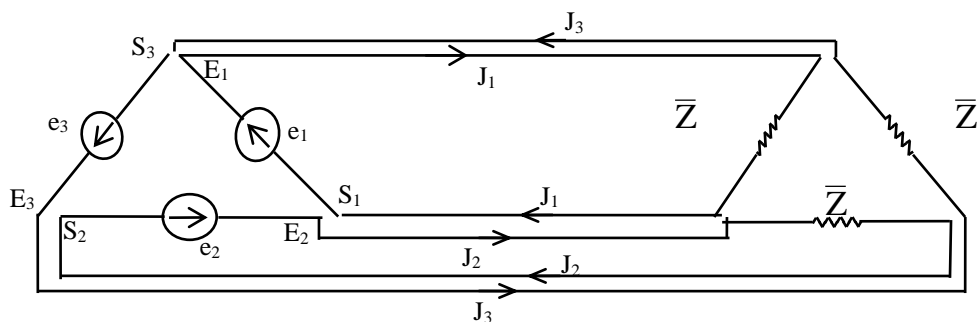
$$V = 220V \Rightarrow U = 380V$$

$$V = 380V \Rightarrow U = 660V$$

On désigne généralement par I la valeur efficace des courants dans les fils de phases ou les courants de lignes et par J la valeur des courants dans les phases des récepteurs (une phase du récepteur est la partie de celui-ci comprise entre $N'A$, $N'B$ et $N'C$). Dans le cas du montage étoile, on a :

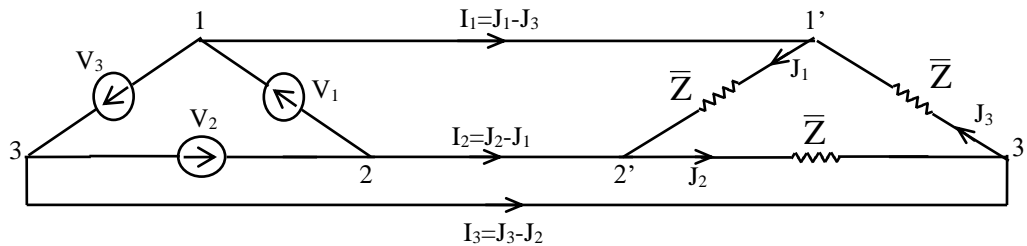
$$I = J \text{ et } U = \sqrt{3}V$$

II-3- Couplage triangle(Δ)



On remarque qu'on ne change rien au fonctionnement du système en reliant E_3 à S_1 , en effet, on ne crée aucune nouvelle maille dans le circuit.

De même, on peut connecter E_1 à S_2 . En fin, comme $e_1 + e_2 + e_3 = 0$, les points E_2 et S_3 sont au même potentiel, on peut donc les relier sans perturber le fonctionnement du système.



On voit immédiatement que chaque phase du récepteur est soumise à la tension composée, quant au courant, on a :

$$i_1 = j_1 - j_3$$

$$i_2 = j_2 - j_1$$

$$i_3 = j_3 - j_2$$

ou encore :

$$\vec{I}_1 = \vec{J}_1 - \vec{J}_3$$

$$\vec{I}_2 = \vec{J}_2 - \vec{J}_1$$

$$\vec{I}_3 = \vec{J}_3 - \vec{J}_2$$

\vec{I}_1 est en retard de $\pi/6$ par rapport à \vec{J}_1 , en module :

$$I_1 = 2J_1 \cos \pi/6$$

$$I_1 = \sqrt{3} J_1$$

On trouve des relations analogues entre I_2, J_2 et I_3, J_3 .

Donc, pour le montage triangle :

$$\vec{I}_1 = \sqrt{3} J_1 e^{-j\pi/6}$$

$$I = \sqrt{3} J \quad U = V$$

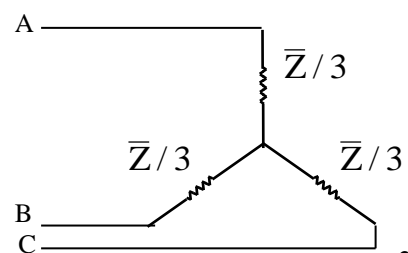
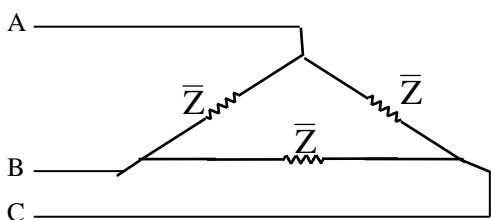
II-4- Equivalence étoile-triangle

Un montage mixte (générateur en Y et récepteur en Δ ou vice-versa) peut toujours être remplacé par un montage étoile ou un montage triangle pour le récepteur ou générateur sans que rien ne soit modifié ni aux tensions composées ni aux courants de lignes.

En effet : si un récepteur en Δ a une impédance \bar{Z} il faut attribuer au récepteur en Y une impédance

\bar{Z} telle que : $\bar{Z} = 3 \bar{Z}$.

$$\begin{array}{ll} \bar{Z} = R & \bar{Z} = R/3 \\ \bar{Z} = L\omega & \bar{Z} = L\omega/3 \\ \bar{Z} = 1/C\omega & \bar{Z} = 1/3C\omega \end{array}$$

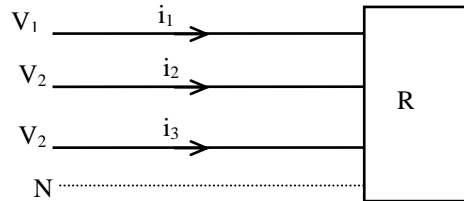


III- Etude énergétique

III-1- Expression des puissances

En triphasé, quand on parle de puissances, il s'agit en fait de puissances relatives à l'ensemble des trois phases.

On considère un récepteur triphasé quelconque alimenté par un système de tension triphasé v_1, v_2, v_3 , absorbe les courants i_1, i_2, i_3 (courants de lignes)



On définit la puissance instantanée p par :

$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3$$

les tensions v_k et les courants i_k sont les grandeurs instantanées

la puissance active est défini par : $P = (p)_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$

Si les tensions et les courants sont sinusoïdaux, les puissances active P et réactive Q sont données par :

$$P = V_1 I_1 \cos \varphi_1 + V_2 I_2 \cos \varphi_2 + V_3 I_3 \cos \varphi_3$$

$$Q = V_1 I_1 \sin \varphi_1 + V_2 I_2 \sin \varphi_2 + V_3 I_3 \sin \varphi_3$$

Où φ_k est le déphasage de I_k par rapport à V_k . ($\varphi_k = \varphi_{v_k} - \varphi_{i_k}$)

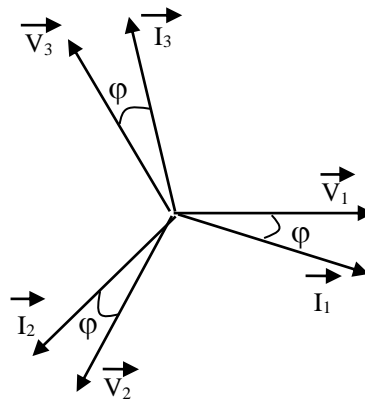
Si en plus les systèmes de tensions et de courants sont équilibrés :

$$\begin{aligned} V_1 &= V_2 = V_3 = V \\ I_1 &= I_2 = I_3 = I \\ \varphi_k &= \varphi \quad (k=1, 2, 3) \end{aligned}$$

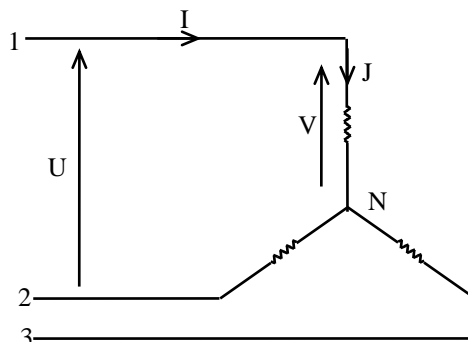
les puissances ont pour valeurs :

$$P = 3 V I \cos \varphi$$

$$Q = 3 V I \sin \varphi$$



Cas d'un montage étoile



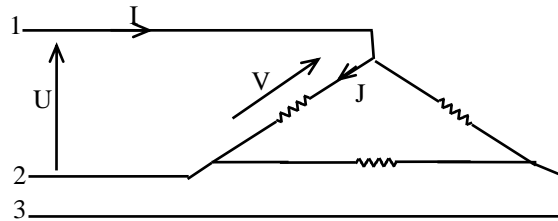
La puissance absorbée par phase est $VJ\cos\varphi$.

La puissance totale absorbée est $3VJ\cos\varphi$.

Or $V = \frac{U}{\sqrt{3}}$ et $J = I$ donc

$$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi.$$

Cas d'un montage triangle



La puissance absorbée par phase est $VJ\cos\varphi$.

La puissance absorbée totale est $3VJ\cos\varphi$.

Or $V = U$ et $J = \frac{I}{\sqrt{3}}$ donc

$$P = \sqrt{3}UI\cos\varphi$$

CONCLUSION :

Dans le cas d'un système triphasé équilibré, l'expression des puissances consommées :

☑ Puissance active consommée :

$$P = 3 V I \cos\varphi = \sqrt{3} U I \cos\varphi$$

☑ puissance réactive consommée :

$$Q = 3 V I \sin\varphi = \sqrt{3} U I \sin\varphi$$

☑ Puissance apparente :

$$S = 3VI = \sqrt{3}UI$$

Remarque :

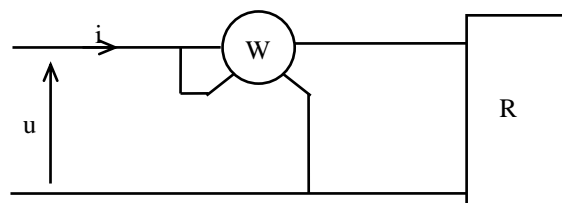
En triphasé équilibré, la puissance fluctuante est nulle.

III-2- Mesure des puissances

III-2-1- Principe du Wattmètre

C'est un appareil qui mesure la valeur moyenne de $u(t).i(t)$. Pour cela, il faut lui fournir deux informations : le courant et la tension. Le wattmètre électrodynamique comporte deux enroulements, un enroulement fixe qui reçoit le courant qu'il faut connecter en série avec le récepteur et un enroulement mobile qu'il faut connecter aux bornes du récepteur.

La mesure de la puissance active consommée par un récepteur monophasé se fait ainsi :



III-2-2- Application à la mesure de puissance triphasée

Il existe plusieurs méthodes pour mesurer P et Q, les plus couramment utilisées sont la méthode des trois wattmètres, celle des deux wattmètres et celle de *Boucherot*.

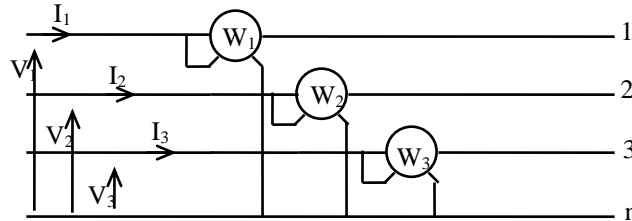
○ METHODE DES TROIS WATTMETRES

• Ligne à quatre fils :

On a vu que la puissance active transmise par une ligne s'exprime :

$$P = V_1.I_1.\cos\varphi_1 + V_2.I_2.\cos\varphi_2 + V_3.I_3.\cos\varphi_3.$$

si on dispose sur la ligne trois wattmètres comme indiqué sur la figure suivante :



Les indications de ces appareils sont :

$$* W_1 = V_1.I_1.\cos\varphi_1 ;$$

$$* W_2 = V_2.I_2.\cos\varphi_2 ;$$

$$* W_3 = V_3.I_3.\cos\varphi_3.$$

La puissance active cherchée est donc donnée par la somme algébrique :

$$P = W_1 + W_2 + W_3$$

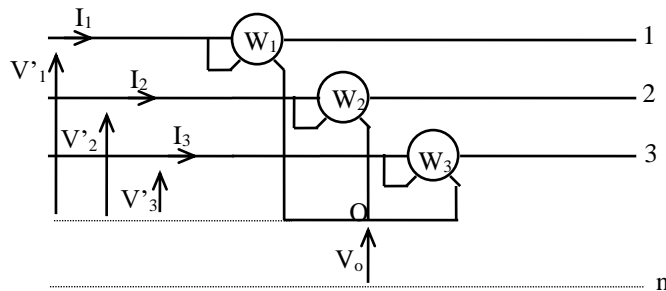
Dans le cas d'un fonctionnement équilibré, il vient :

$$W_1 = W_2 = W_3 = V.I.\cos\varphi.$$

d'où $P = 3.W_1$ et un seul wattmètre suffit.

• Ligne à trois fils :

On cherche toujours la puissance active. Si nous disposons de trois wattmètres comme le montre la figure suivante :



On voit que la puissance apparente complexe peut encore s'écrire :

$$\begin{aligned} \bar{S} &= (\bar{V}_o + \bar{V}'_1)I_1^* + (\bar{V}_o + \bar{V}'_2)I_2^* + (\bar{V}_o + \bar{V}'_3)I_3^* \\ &= \bar{V}'_1.I_1^* + \bar{V}'_2.I_2^* + \bar{V}'_3.I_3^* + \bar{V}_o(\bar{I}_1^* + \bar{I}_2^* + \bar{I}_3^*) \\ &= \bar{V}'_1.I_1^* + \bar{V}'_2.I_2^* + \bar{V}'_3.I_3^* \end{aligned}$$

Car $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ (ligne à trois fils).

La puissance cherchée, partie réelle de \bar{S} , est donc :

$$P = V'_1.I_1.\cos\varphi_1 + V'_2.I_2.\cos\varphi_2 + V'_3.I_3.\cos\varphi_3.$$

d'où la valeur cherchée est :

$$P = W_1 + W_2 + W_3$$

○ METHODE DES DEUX WATTMETRES

Pour toute liaison triphasée, équilibrée ou non, en régime sinusoïdal ou non, la puissance instantanée s'écrit :

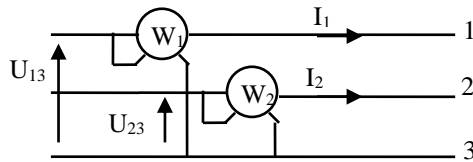
$$p = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3$$

si $i_N = i_1 + i_2 + i_3 = 0$ (système équilibré ou déséquilibré trois fils, sans neutre)

$$\begin{aligned} p &= v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3 \\ &= v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 (-i_1 - i_2) \\ &= (v_1 - v_3) i_1 + (v_2 - v_3) i_2 \\ &= u_{13} i_1 + u_{23} i_2 \end{aligned}$$

$$P = \langle p \rangle = \langle u_{13} i_1 \rangle + \langle u_{23} i_2 \rangle$$

Si on fait passer i_1 dans le circuit courant d'un wattmètre et si on applique u_{13} à ses bornes, il indique $W_1 = \langle u_{13} i_1 \rangle$. De même, un second wattmètre parcouru par i_2 et alimenté sous u_{23} donne $W_2 = \langle u_{23} i_2 \rangle$. Donc :



$$P = W_1 + W_2$$

Si les courants et les tensions sont équilibrés et sinusoïdaux :

$$W_1 = U_{13} I_1 \cos(\vec{U}_{13}, \vec{I}_1)$$

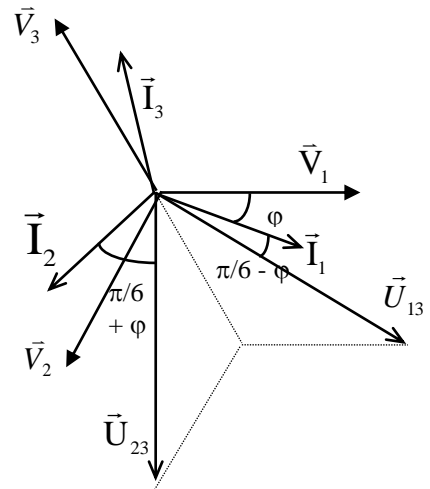
$$W_2 = U_{23} I_2 \cos(\vec{U}_{23}, \vec{I}_2)$$

$$\begin{cases} W_1 = U.I \cos(\frac{\pi}{6} - \varphi) \\ W_2 = U.I \cos(\frac{\pi}{6} + \varphi) \end{cases}$$

On retrouve :

$$W_1 + W_2 = \sqrt{3} U.I \cos \varphi = P$$

$$W_1 - W_2 = U.I \sin \varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$



donc : $P = W_1 + W_2$

système équilibré ou déséquilibré sans neutre

$$Q = \sqrt{3} (W_1 - W_2)$$

système équilibré en courant et en tension

ainsi : $\text{tg} \varphi = \frac{Q}{P} = \frac{\sqrt{3}(W_1 - W_2)}{W_1 + W_2} = \frac{\sqrt{3}(1 - k)}{1 + k}$

$$k = \frac{W_2}{W_1}$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi}} = \frac{1 + k}{2\sqrt{1 - k + k^2}}$$

- W_1 et W_2 sont des mesures algébriques.
- La lecture pouvant avoir un sens quelconque. Il faut prévoir un inverseur.

Signe de W_1 et W_2 pour un récepteur triphasé équilibré :

φ	$-\pi/2$	$-\pi/3$	$-\pi/6$	0	$-\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\cos\varphi$	0	$0.5A_V$		1		$0.5A_R$	0
W_1	-	\nearrow	\nearrow	\nearrow	\nearrow	\searrow	\searrow
W_2	+	\nearrow	\nearrow	\nearrow	\searrow	\searrow	\searrow
	$W_1 = -W_2$	$ W_1 < W_2 $	$W_1 = W_2$	$ W_1 > W_2 $	$W_1 = -W_2$		

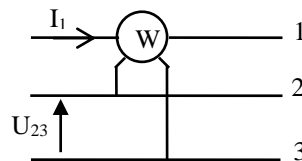
On remarque que W_1 et W_2 sont de signes contraires pour un circuit fortement inductif ou fortement capacitif.

○ METHODE DE BOUCHEROT

Dans le cas d'une ligne équilibrée en tension et en courant, on sait qu'alors la puissance réactive transmise par la ligne s'exprime :

$$Q = \sqrt{3} U.I.\sin\varphi = 3.V.I.\sin\varphi = 3.V_1.I_1.\sin\varphi_1.$$

Comme le wattmètre effectue le produit scalaire des vecteurs de *Fresnel* associés aux grandeurs appliquées à ses bornes, on peut songer à faire apparaître $\sin\varphi$ en appliquant au wattmètre deux grandeurs déphasées d'un angle ψ , complémentaire de φ . C'est le cas du montage proposé par la figure suivante (Boucherot):



Le wattmètre, traversé par l'intensité \vec{I}_1 , a son circuit tension alimenté par \vec{U}_{23} tension composée en quadrature arrière sur \vec{V}_1 .

D'où l'indication du wattmètre :

$$W = U_{23} I_1 \cos\psi$$

Où ψ est le déphasage entre I_1 et U_{23}

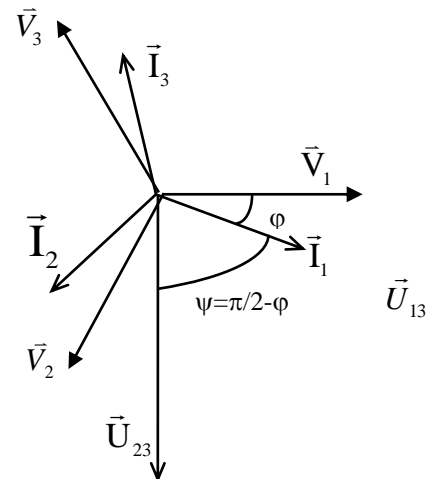
$$\text{Or } \psi = \pi/2 - \varphi$$

on obtient donc :

$$W = U_{23} I_1 \cos\psi = U.I.\cos(\varphi - \pi/2) = U.I.\sin\varphi$$

La valeur mesurée correspond, à $\sqrt{3}$ près, à la puissance réactive transmise par la ligne :

$$Q = \sqrt{3} U.I.\sin\varphi = \sqrt{3} W$$



IV- Intérêt des systèmes triphasés

Les systèmes triphasés s'avèrent plus avantageux sur les autres systèmes au niveau de la production, du transport et de la distribution (utilisation) de l'énergie électrique.

☑ Les systèmes triphasés permettent de produire des champs magnétiques tournant à partir de dispositifs fixes, propriété extrêmement importante, elle permet de construire des machines simples, efficaces et robustes (asynchrone).

☑ Les machines triphasées à courant alternatif ont une puissance allant de 1.5 à 2 fois la puissance d'une machine monophasée de même masse, donc de même coût. En plus, en régime équilibré, les machines présentent un couple mécanique (moteur ou résistant) de moment (couple) constant, d'où un meilleur fonctionnement (réduction des vibrations, des résonances,...) et un meilleur rendement (la puissance fluctuante est nulle en triphasé).

☑ Au niveau de la distribution, les systèmes triphasés permettent le transport d'une puissance donnée avec une masse de métal plus faible qu'en monophasé (gain en cuivre).

☑ Au niveau de l'utilisation, les systèmes triphasés permettent d'avoir deux tensions : la tension simple ou la tension composée.

EXERCICE

Exercice1

Un récepteur triphasé alimenté avec un système de tension triphasé équilibré 220/380V–50Hz. Le récepteur est constitué des éléments suivants :

- ✓ Un four électrique (triphasé, 3 fils) de puissance égale à 2000W
- ✓ Un moteur asynchrone dont la plaque signalétique porte les indications : 380/660V-50Hz, 15kW, $\cos\varphi = 0.7$, $\eta = 0.8$.
- ✓ 15 tubes fluorescents répartis sur les 3 phases ; les caractéristiques de chaque tube sont les suivantes : 60W, 220V, $\cos\varphi = 0.6$

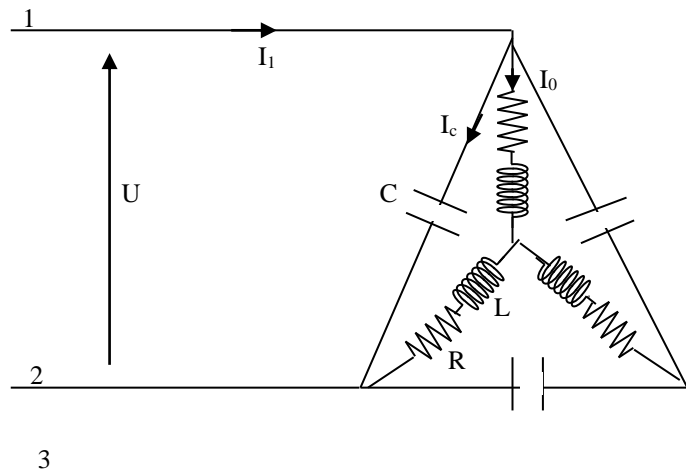
- 1- Quel couplage doit-on adopter pour le moteur ?
- 2- Donner le schéma de l'installation.
- 3- Calculer les puissances active et réactive absorbées par l'installation.
- 4- Calculer, avec 2 méthodes différentes, le courant global absorbé par l'installation.
- 5- Calculer la batterie des condensateurs, montés en étoile, à brancher en parallèle sur l'installation pour améliorer le facteur de puissance à 1.
- 6- Calculer la batterie des condensateurs, montés en triangle, à brancher en parallèle sur l'installation pour améliorer le facteur de puissance à 1. Conclure pour le choix du couplage des condensateurs.
- 7- Donner l'impédance équivalente de l'installation avec et sans condensateurs.

Exercice2

On considère le récepteur triphasé suivant :

Le récepteur est alimenté par un système triphasé équilibré 220/380V-50Hz.

On donne :
 $R = 10\Omega$
 $L\omega = 5\Omega$



- 1- Calculer la valeur de C pour que le facteur de puissance du récepteur soit égale à 1.
- 2- Donner les valeurs des courants I_0 , I_c et I_1 .
- 3- Calculer les puissances active et réactive absorbées par le récepteur.
- 4- Sur l'installation précédente, on branche une résistance de valeur 38Ω entre les phases 1 et 2 et un condensateur de valeur $160\mu F$ entre les phases 2 et 3. Calculer les nouvelles valeurs des courants de lignes.
- 5- La puissance de l'installation est mesurée par la méthode des 3 wattmètres. Donner l'indication des 3 wattmètres ; en déduire les puissances active et réactive absorbées

Exercice3

Un réseau triphasé 220/380V - 50Hz alimente une installation électrique triphasé constituée de :

- ✓ un moteur asynchrone triphasé à cage dont les caractéristiques :
10KW, 220/380V, $\cos\varphi = 0.8$; $\eta = 0.9$
 - ✓ Une plaque chauffante (triphasée) à résistances de puissance 7 KW.
 - ✓ Deux lampes à néon de caractéristiques : 2500W, 220V, $\cos\varphi = 0.6$ (caractéristiques de chaque lampe), une lampe est branchée sur la phase 1 , la deuxième sur la phase 2.
- 1- Calculer les courants I_1 , I_2 et I_3 dans les lignes de l'installation.
 - 2- Calculer les puissances active et réactive absorbé par l'installation.
 - 3- La puissance est mesurée par la méthode de trois wattmètres ; donner l'indication de chaque wattmètre.
 - 4- La méthode de deux wattmètres est elle valable pour mesurer la puissance de l'installation ? justifier votre réponse.

Exercice 4

Un réseau électrique triphasé 220/380V-50 Hz alimente un atelier qui comporte:

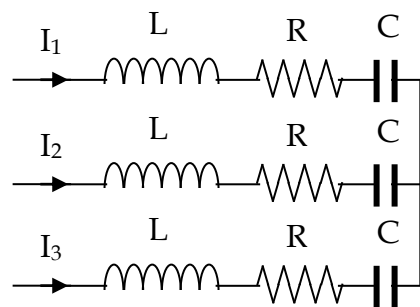
- ✓ 6 lampes sur lesquelles on peut lire 220V; 150W; $\cos\varphi = 1$;
 - ✓ Un moteur asynchrone triphasé dont la plaque signalétique porte les indications: 220/380V; 5kW; $\eta = 0.9$; $\cos\varphi = 0.6$;
 - ✓ Un moteur asynchrone triphasé dont la plaque signalétique porte les indications: 380/660V; 10kW; $\eta = 0.8$; $\cos\varphi = 0.8$;
 - ✓ Trois bobines montées en triangle consommant une puissance réactive de 3.5kvar sous un facteur de puissance de 0.3.
- 1- Faire le bilan de puissance active et réactive.
 - 2- En déduire le courant de ligne absorbé par l'atelier ainsi que le facteur de puissance global.
 - 3- On veut relever le facteur de puissance à 0.9Av. calculer les batteries de condensateur, montées en triangle, à mettre en parallèle sur l'installation pour avoir ce facteur de puissance.
 - 4- La puissance totale de l'installation a été mesurée par la méthode des deux wattmètres, quelle est l'indication des deux wattmètres avant et après compensation de l'énergie réactive?

Exercice 5:

On considère un récepteur triphasé équilibré RLC monté en étoile (figure ci-contre) avec:

$$R = 6.88\Omega; L\omega = 5\Omega; C\omega = 0.1\Omega^{-1}.$$

- 1- Calculer le courant de ligne absorbé par le récepteur ainsi que le facteur de puissance.
- 2- Faire un bilan de puissance active et réactive.
- 3- La puissance étant mesurée par la méthode des deux wattmètres. Quelle est l'indication des deux wattmètres?
- 4- On insère une résistance $R' = 38\Omega$ entre les phases 1 et 2 et une inductance $L'\omega = 10\Omega$ entre les phases 2 et 3.
- 4-1- Calculer les nouvelles valeurs des courants de lignes I'_1 , I'_2 et I'_3 .
- 4-2- Calculer les puissances active et réactive totales mises en jeu.
- 4-3- Donner les nouvelles indications des deux wattmètres.
- 4-4- Vérifier que $P_t = W_1 + W_2$ et $Q_t \neq \sqrt{3}(W_1 - W_2)$. Conclure



Chapitre 3

CIRCUITS MAGNETIQUES

I- RAPPELS ET DEFINITIONS

I-1- Matériaux magnétiques

Ce sont des matériaux ferromagnétiques "susceptibles" d'acquérir une aimantation (magnétisation) macroscopique importante sous l'action d'un champ magnétique (même faible).

Les matériaux magnétiques sont caractérisés par leurs courbes d'aimantation (magnétisation) $B = f(H)$.

- B : l'induction magnétique.
- H : champ magnétique.

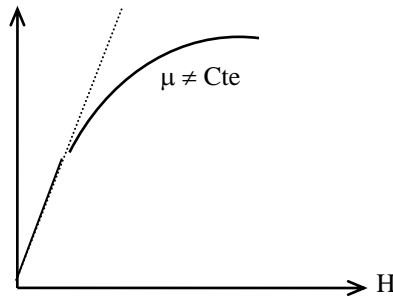
Pour un matériau non magnétique (l'air par exemple) : $B = \mu_0 H$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{H/m}$: perméabilité du vide

Donc, la courbe d'aimantation est une droite de pente μ_0 .

Pour un matériau magnétique, $B = f(H)$ comporte deux zones :

- une zone linéaire caractérisée par une perméabilité magnétique $\mu = \frac{B}{H} = \text{Cte}$
- une zone de saturation (μ n'est constante) .

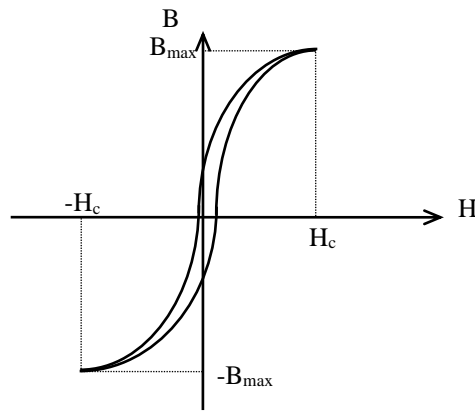


Quand on parle de la perméabilité μ_r d'un matériau, il s'agit de sa valeur dans la zone linéaire, on définit la perméabilité relative par μ_r tel que $\mu = \mu_0 \mu_r$

La perméabilité relative μ_r du matériau varie de 20 à 10^5 et jusqu'à 10^6 pour des matériaux dits hypermagnétiques.

En plus de la non linéarité due à la saturation, la courbe $B = f(H)$ présente une autre non linéarité due à l'hystérésis.

En effet, en faisant décroître H à des valeurs négatives et en la rappelant à sa valeur initiale, on décrit une nouvelle courbe. Après un nombre de cycles, la courbe $B=f(H)$ se stabilise autour du point O.



Les matériaux magnétiques se classent en deux grandes familles :

- matériaux magnétiques "doux" ;
- matériaux magnétiques "durs" .

Les premiers sont facilement aimantés et présentent des pertes par hystérésis faibles. Parmi ces matériaux doux (utilisés dans la construction des transformateurs et des machines tournantes), on trouve :

- les tôles siliciées utilisées dans les circuits traversés par un flux alternatif (3 à 4% de silicium) ;
- fonte grise utilisée dans la confection des jantes rotoriques dans les alternateurs et la réalisation des couronnes statoriques des machines à courant continu ;
- l'acier forgé...

Les seconds nécessitent un champ élevé pour être aimantés. Mais une fois ce champ appliqué, s'acquiert une aimantation rémanente, permanente et durable. Cette propriété permet de réaliser des aimants permanents utilisés comme inducteurs de machines synchrones ou de machines à courant continu à faible puissance.

I-2- Théorèmes fondamentaux

I-2-a- Théorème d'Ampère

La circulation du champ magnétique \vec{H} le long d'une courbe fermée $\oint_{\vec{H}} d\vec{l}$ est égale à la somme algébrique des courants qu'elle embrasse :

$$\oint_{\vec{H}} d\vec{l} = \sum I$$

I-2-b- Théorème de conservation du flux

Le flux de l'induction magnétique \vec{B} sortant d'une surface fermée S est nul :

$$\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

REMARQUE :

Le flux est la grandeur conservative des circuits magnétiques. Il joue le rôle analogue à celui d'un courant dans les circuits électriques.

I-3- Définition d'un circuit magnétique

D'une manière générale, un circuit magnétique est le volume où se referment toutes les lignes du champ magnétique. Dans le cas d'un transformateur, le circuit magnétique est fermé, dans le cas d'une machine tournante, il comprend deux parties essentielles : stator, rotor et l'entrefer qui les sépare.

II- ETUDE DES CIRCUITS MAGNETIQUES PARFAITS

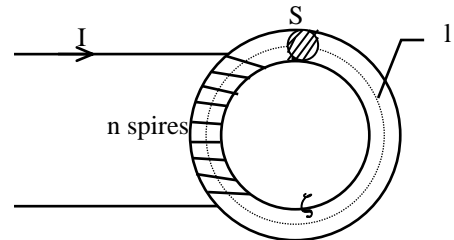
Ce sont des matériaux magnétiques où le flux est totalement confiné à l'intérieur.

II-1- Circuit magnétique linéaire (non saturé)

Considérons un circuit magnétique de forme torique de perméabilité magnétique $\mu_r \gg 1$, sur lequel sont entourées n spires parcourues par un courant i . Considérons le cas le plus fréquent où le flux de la section droite est faible devant le flux moyen du tore.

Le théorème d'Ampère appliqué à une ligne de champ (ζ) donne :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = n.I \Rightarrow H.l = n.I$$



On néglige le cycle d'hystérésis, supposant le matériau décrit par sa courbe de première aimantation ; en plus le circuit est linéaire :

$$B = \mu.H \quad \mu = \text{Cte}$$

le flux magnétique à travers la section S est :

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = B.S = \mu.H.S$$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{\mu.S} \Phi$$

$$\frac{1}{\mu.S} \Phi = nI$$

on pose $\mathfrak{R} = \frac{1}{\mu.S}$, analogue à $R = \frac{1}{\sigma.S}$ (résistance d'un conducteur), la réluctance du circuit magnétique (H^{-1}).

$\xi = n.I$ s'appelle force magnéto-motrice f.m.m (analogue à la f.e.m) et s'exprime en At, donc : $\xi = n.I = \mathfrak{R}.\Phi$ (Φ est analogue au courant)
c'est la loi d'Ohm pour les circuits magnétiques ou loi d'Hopkinson.

II-2- Association de circuits magnétiques linéaires

II-2-a- Association série

En pratique, les circuits magnétiques ne sont pas homogènes et présentent plusieurs éléments en série de sections, de longueurs et de perméabilités magnétiques différentes.

Considérons, par exemple, un circuit magnétique constitué de trois éléments en série de longueurs l_1 , l_2 et l_3 de sections S_1 , S_2 et S_3 de perméabilités magnétiques μ_1 , μ_2 et μ_3 . Soient H_1 , H_2 et H_3 les champs respectifs et B_1 , B_2 et B_3 les inductions respectives.

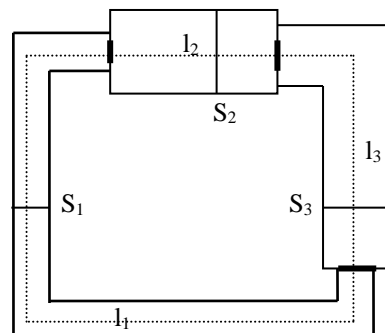
Théorème d'Ampère :

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 = n.I$$

Théorème de conservation du flux :

$$\Phi = \Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 \Rightarrow \Phi = B_1 S_1 = B_2 S_2 = B_3 S_3$$

$$\Rightarrow \Phi = \mu_1 H_1 S_1 = \mu_2 H_2 S_2 = \mu_3 H_3 S_3$$



$$\left(\frac{l_1}{\mu_1 S_1} + \frac{l_2}{\mu_2 S_2} + \frac{l_3}{\mu_3 S_3} \right) \Phi = n.I$$

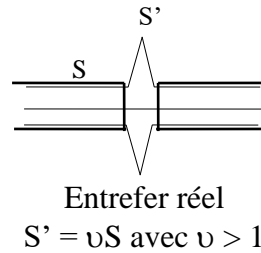
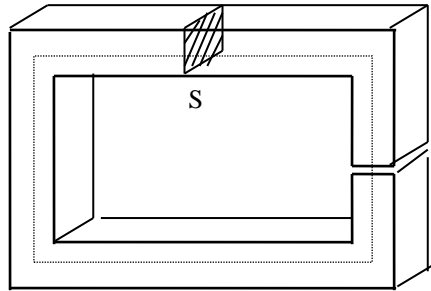
$$(\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_3) \Phi = n.I = \mathfrak{R} \Phi$$

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_3$$

L'association de plusieurs circuits magnétiques en série est équivalente à un circuit magnétique dont la réluctance est la somme des réluctances relatives aux circuits.

APPLICATION A UN CIRCUIT PRESENTANT UN ENTREFER :

Soit un circuit rectangulaire constitué d'un matériau de perméabilité relative $\mu_r=1000$ de longueur $l = 1\text{m}$ de section S , présentant un entrefer $e = 1\text{mm}$.



On suppose que les lignes du champ ne débordent pas trop ($S \approx S'$).

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2$$

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} \quad \mathfrak{R}_2 = \frac{e}{\mu_0 S}$$

$$\frac{\mathfrak{R}_1}{\mathfrak{R}_2} = \frac{l}{\mu_r e} = 1 \Rightarrow \mathfrak{R}_1 = \mathfrak{R}_2$$

Un millimètre d'air à une même réluctance qu'un mètre de fer. Il faudra, donc, utiliser une f.m.m aussi grande pour faire passer le même flux dans 1mm d'air que dans 1m de fer.

$$\Phi_1 = \Phi_2$$

$$B_1 S = B_2 S$$

$$B_1 = B_2$$

$$\Rightarrow H_2 = \mu_r H_1 = 1000.H_1$$

L'intérêt de ménager des entrefers est la possibilité d'obtenir des valeurs très élevées des champs magnétiques.

II-2-b- Association parallèle

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 \quad (1)$$

$$V_A - V_B = \mathfrak{R}_1 \Phi_1 = \mathfrak{R}_2 \Phi_2 = \mathfrak{R}_3 \Phi_3$$

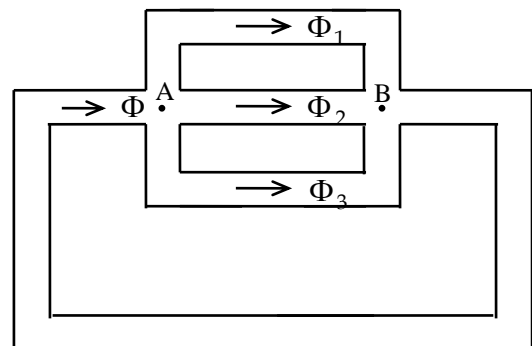
L'équation (1) donne :

$$\frac{V_A - V_B}{\mathfrak{R}} = \frac{V_A - V_B}{\mathfrak{R}_1} + \frac{V_A - V_B}{\mathfrak{R}_2} + \frac{V_A - V_B}{\mathfrak{R}_3}$$

$$\frac{1}{\mathfrak{R}} = \frac{1}{\mathfrak{R}_1} + \frac{1}{\mathfrak{R}_2} + \frac{1}{\mathfrak{R}_3}$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

La perméance d'un circuit composé de plusieurs circuits en parallèle est égale à la somme des perméances (analogue à la mise en parallèle des résistances).



III- CIRCUITS MAGNETIQUES EN ALTERNATIF

On va limiter notre étude au cas le plus fréquent : circuit magnétique placé à l'intérieur d'un enroulement de N spires alimenté avec une tension alternative

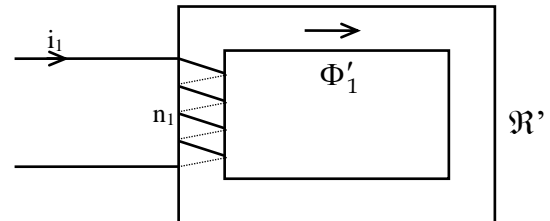
$$v(t) = V \sqrt{2} \cos \omega t$$

III-1 Inductances

IV-1- Inductance propre

Considérons un circuit magnétique parfait de réluctance \mathcal{R}' sur lequel est monté un bobinage de n_1 spires :

$$n_1 \cdot i_1 = \mathcal{R}' \Phi'_1$$



Par définition l'inductance propre du bobinage monté sur le circuit magnétique est :

$$L_1 = \frac{n_1 \cdot \Phi'_1}{i_1} = \frac{n_1^2}{\mathcal{R}'}$$

IV-1-2- Inductance principale, inductance des fuites partielles et inductance mutuelles

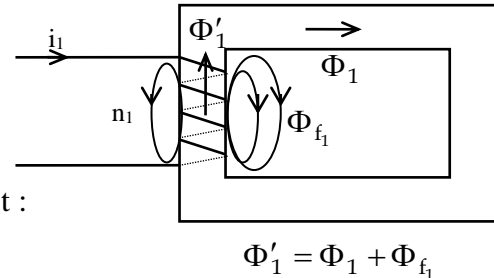
En réalité, le flux Φ'_1 est composé d'un flux principal Φ_1 qui traverse le circuit magnétique et un flux de fuites dues aux lignes d'induction qui se referment dans l'air.

l'inductance principale du bobinage 1 est :

$$L_{1p} = \frac{n_1 \Phi_1}{i_1} = \frac{n_1^2}{\mathcal{R}}$$

l'inductance de fuites partielles du bobinage 1 est :

$$l_1 = L_{1f} = \frac{n_1 \Phi_{f_1}}{i_1} = \frac{n_1^2}{\mathcal{R}_{f_1}}$$



Soit un deuxième bobinage ouvert, on définit l'inductance mutuelle des bobines 1 et 2 par :

$$M = \frac{n_2 \Phi_1}{i_1} = \frac{n_1 n_2}{\mathcal{R}}$$

$$L_{1p} = L_1 - l_1$$

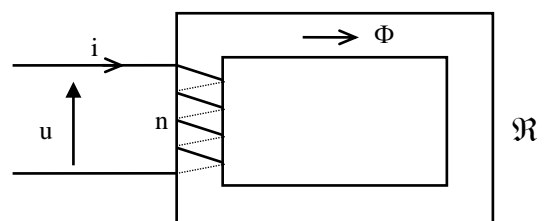
$$L_{2p} = L_2 - l_2$$

$$M^2 = L_{1p} \cdot L_{2p} = (L_1 - l_1)(L_2 - l_2)$$

III-2 Formule de boucherot

En première approximation, on suppose que la résistance de la bobine est négligeable et que le circuit magnétique est sans fuites :

$$\text{Donc } u = -e = n \frac{d\phi}{dt}$$



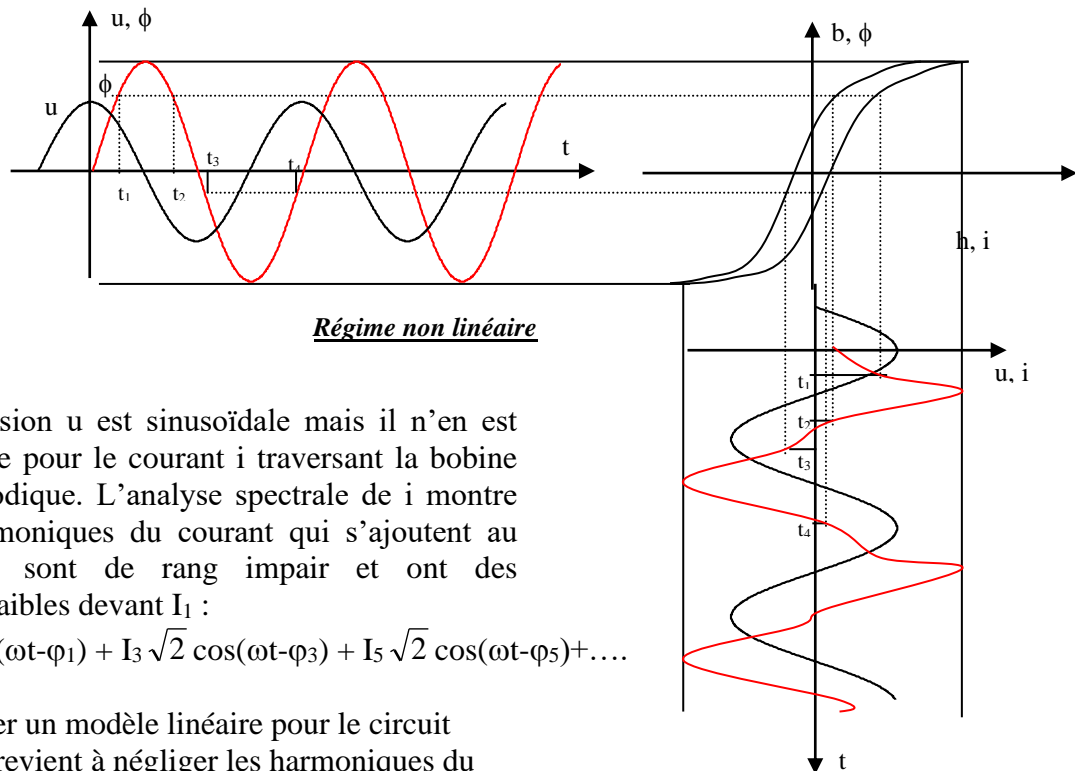
Si on alimente la bobine avec une tension
sinusoïdale $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$

Le flux est donc égal :

$$\phi = \frac{U\sqrt{2}}{n\omega} \sin \omega t \quad \text{la valeur maximale de ce flux est égale à : } \phi_{\max} = \frac{U\sqrt{2}}{n\omega}$$

avec $\omega = 2\pi f$ et $\phi_{\max} = B_{\max} S$
la relation précédente s'écrit :

$$U = 4.44 n f B_{\max} S \quad \text{Formule de Boucherot}$$



Régime non linéaire

La tension u est sinusoïdale mais il n'en est pas de même pour le courant i traversant la bobine qui est périodique. L'analyse spectrale de i montre que les harmoniques du courant qui s'ajoutent au fondamental sont de rang impair et ont des amplitudes faibles devant I_1 :

$$i = I_1 \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi_1) + I_3 \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi_3) + I_5 \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi_5) + \dots$$

Adopter un modèle linéaire pour le circuit magnétique revient à négliger les harmoniques du courant.

III-3 Pertes fer

III-1-1 Pertes par hystérésis

L'aimantation du matériau absorbe de l'énergie, l'aimantation n'est pas réversible, donc l'énergie n'est que partiellement restituée lors de la désaimantation, une partie se dissipe sous forme de chaleur dans le matériau, ce sont les pertes par hystérésis.

On démontre qu'un échantillon de matériau magnétique soumis à une variation d'induction tel qu'il décrit un cycle d'hystérésis complet absorbe une énergie égale à l'aire du cycle multiplié par le volume de l'échantillon : $\text{Energie} = A.V$

Donc, si le cycle est décrit f fois par seconde (induction sinusoïdale de fréquence f) les pertes d'énergie par seconde c.à.d la puissance dissipée est égale à :

$$P_H = f.A.V$$

L'aire du cycle étant proportionnel à B_{\max}^η , où η constante voisine de 2

on aura :

$$P_H = k_H.f.V. B_{\max}^\eta \quad \text{formule de Steinmetz}$$

k_H coefficient qui dépend de la nature du matériau.

V : volume du circuit magnétique en m³

F : fréquence en Hz

B_{max} : l'induction max en T

P_H : pertes par hystérésis en W

III-1-2 Pertes par courant de Foucault

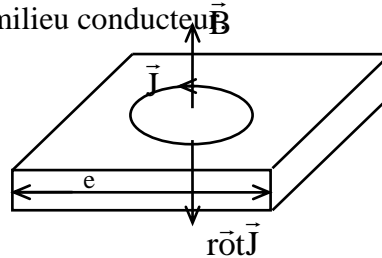
Le courant alternatif engendre un flux alternatif dans le matériau, ce flux crée dans la matière des courants induits appelés courants de Foucault provoquant un échauffement.

L'équation de *Maxwell* $\text{rot} \vec{J} = -\sigma \frac{d\vec{B}}{dt}$ établit une relation entre une induction variable dans le temps et une densité de courant dans un milieu conducteur \vec{B}

J : densité de courant A/m²

σ : conductivité

Il découle de ce phénomène des pertes par courant de *Foucault* P_f: on démontre aussi que P_f est proportionnelle au carré de la fréquence, au carré de l'induction maximale, au carré de l'épaisseur et au volume :



$$P_f = k_f \cdot V \cdot f^2 \cdot B_{\max}^2 \cdot e^2$$

on voit, donc, l'intérêt à diviser la masse du circuit magnétique de telle sorte que les lignes de champ suivent les tôles sans passer de l'une à l'autre. Les circuits sont dits feuilletés, ils sont réalisés par empilement de tôles de 0.5mm isolées par un vernis.

REMARQUE :

La présence de l'isolation des tôles engendre une section mécanique S_m supérieure à la section réelle du fer.

$$S = k \cdot S_m \quad k < 1 \quad (0.8 \leq k \leq 0.95)$$

k coefficient de foisonnement ou de remplissage.

III-3- Pertes fer

On appelle pertes fer la somme des pertes par hystérésis et par courant de *Foucault* :

$$P_{\text{fer}} = P_H + P_f = k_H \cdot f \cdot V \cdot B_{\max}^\eta + k_f \cdot V \cdot f^2 \cdot B_{\max}^2 \cdot e^2$$

On définit la **qualité de tôles** utilisées dans le circuit magnétique comme étant les pertes massiques à la fréquence de 50Hz et une induction maximale de 1T.

Les pertes fer sont, donc, calculées avec une très bonne précision pour une induction B_{max} et une fréquence f par la formule :

$$P_{\text{fer}} = M \cdot q \left(\frac{B_{\max}}{1} \right)^2 \left(\frac{f}{50} \right)$$

M : masse de tôles constituant le circuit magnétique en Kg

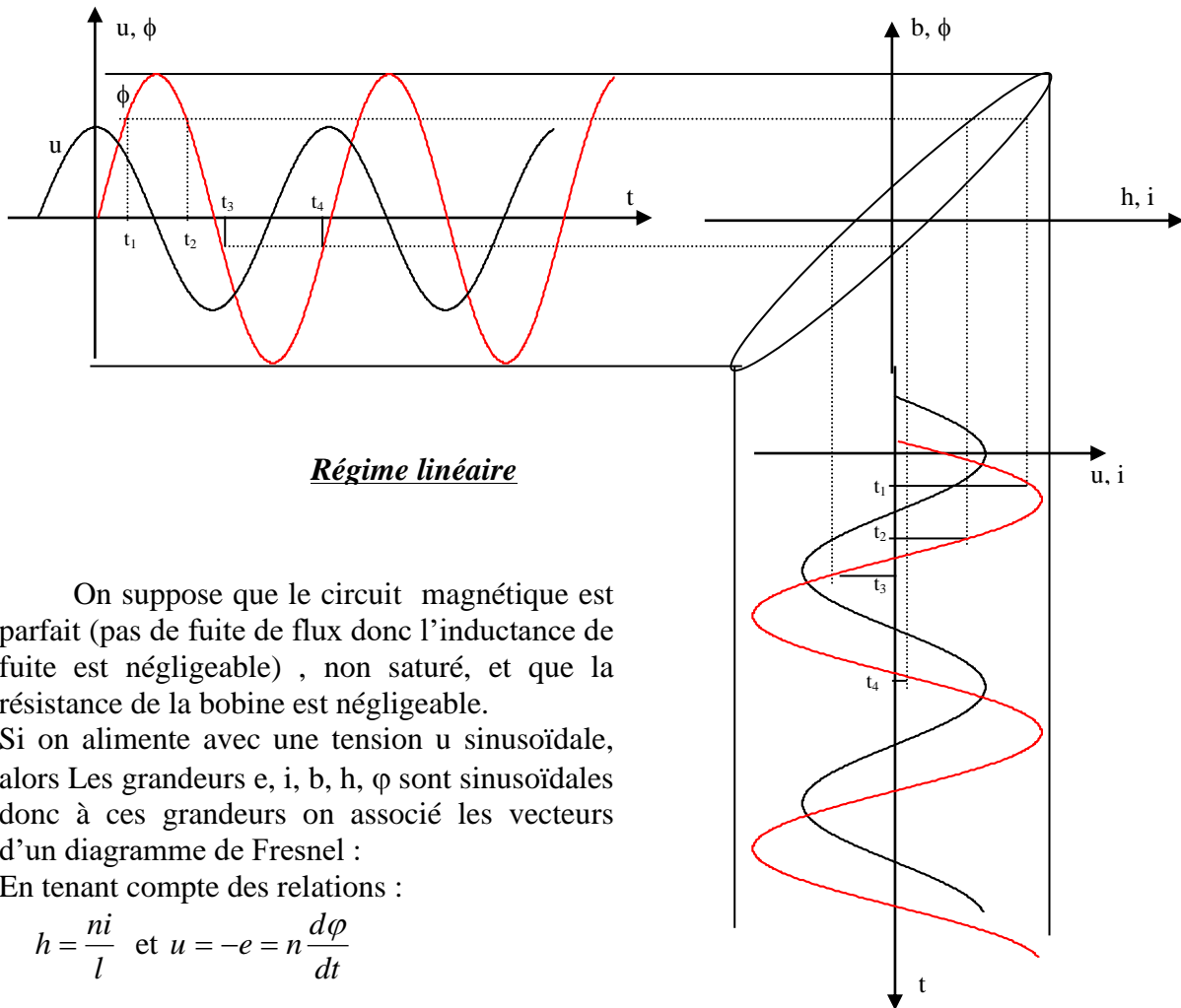
q : qualité de la tôle utilisée en W/Kg

B_{max} : l'induction max en T

f : fréquence en Hz

La tôle la plus utilisée dans le marché a une qualité de 0.5W/kg à 3.5W/kg .

III-4 Modélisation



Régime linéaire

On suppose que le circuit magnétique est parfait (pas de fuite de flux donc l'inductance de fuite est négligeable), non saturé, et que la résistance de la bobine est négligeable.

Si on alimente avec une tension u sinusoïdale, alors Les grandeurs e, i, b, h, ϕ sont sinusoïdales donc à ces grandeurs on associé les vecteurs d'un diagramme de Fresnel :

En tenant compte des relations :

$$h = \frac{ni}{l} \text{ et } u = -e = n \frac{d\phi}{dt}$$

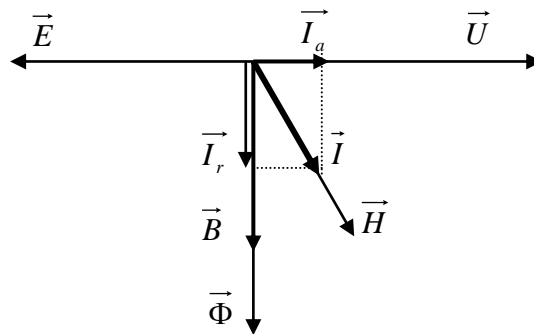


Diagramme de Fresnel

La puissance absorbé est égale à :

$$P = U I \cos\varphi = U I_a$$

Lorsque les pertes joules joule sont négligeables (résistance de la bobine nulle), P correspond aux pertes ferromagnétiques.

Le schéma électrique équivalent choisi associe en parallèle :

☑ Une bobine d'inductance L et de résistance nulle traversée par la composante réactive I_r du courant : L est l'inductance réelle de la bobine (l'inductance propre)

☑ Une résistance R_f traversée par la composante active I_a du courant et qui prend en compte de la puissance dissipée

$$\text{dans le fer : } P = \frac{P}{I_a^2} = \frac{U^2}{P}$$

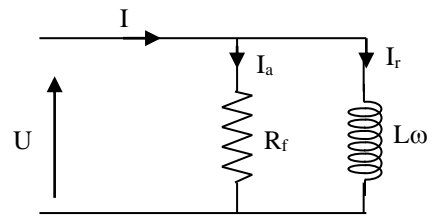


Schéma équivalent simplifié

Cas général

En réalité, la bobine a une résistance r et le circuit magnétique présente toujours des fuites magnétiques dont on doit tenir en compte dans le modèle équivalent :

La résistance r induit une chute de tension ohmique dans la bobine, donc on la place en série avec l'ensemble (L, R_f)

Le flux total Φ' engendré par la bobine peut être considéré comme la somme du flux dans le circuit magnétique Φ et d'un flux de fuite Φ_f correspondant à des lignes de champ qui se ferment dans l'air : $\Phi' = \Phi + \Phi_f$

Au flux Φ correspond l'inductance L : $L = d\Phi/di$

Au flux Φ_f correspond l'inductance l : $l = d\Phi_f/di$

Le modèle simplifié doit être complété par la mise en série avec l'ensemble (L, R_f) de l'inductance l et de la résistance r.

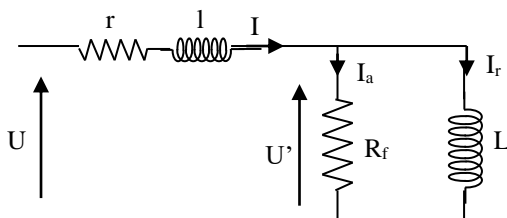


Schéma électrique équivalent complet

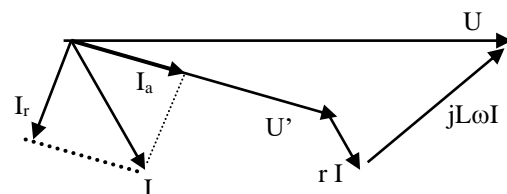


Diagramme de Fresnel correspondant

EXERCICE

Exercice1

Une bobine torique comporte 100 spires, elle entoure un anneau ferromagnétique de section droite constante $S = 10\text{cm}^2$, de longueur moyenne $l=20\text{cm}$ et de perméabilité relative $\mu_r = 2000$. Calculer l'inductance de cette bobine.

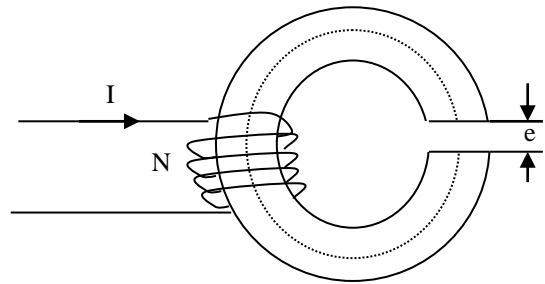
Exercice2

La tension appliquée aux bornes d'une bobine de 1000 spires entourant un circuit magnétique parfait de section droite constante $S=20\text{cm}^2$ et $u = 220\sqrt{2}\cos(\omega t)$. La fréquence est $f = 50\text{Hz}$, la résistance de la bobine est supposée négligeable.

Quelle est la valeur maximale du champ magnétique à l'intérieur du circuit magnétique?

Exercice3

Le circuit magnétique de la figure ci-contre a une section $S = 20\text{ cm}^2$ et la longueur de la ligne de champ moyenne est $l = 40\text{ cm}$. Avec un entrefer d'épaisseur $e = 1\text{ cm}$, le circuit fonctionne en régime linéaire pour des courants dont l'intensité I varie entre 0 et 10A ; dans ces conditions la perméabilité de circuit magnétique est de 1500. Les pertes de flux sont supposées négligeables.



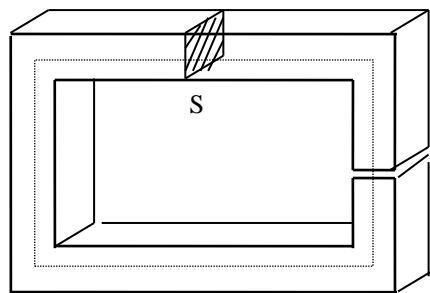
1- Calculer :

- La force magnétomotrice totale nécessaire à la magnétisation du circuit afin d'obtenir un champ magnétique $B = 1.0\text{ T}$ le long de la ligne moyenne de champ.
- Le nombre de spire à placer sur le circuit magnétique de manière à obtenir ce champ de 1.0 T avec un courant magnétisant de 10A.

2- La bobine est maintenant soumise à une tension sinusoïdale de fréquence $f = 50\text{Hz}$. Calculer sa valeur efficace nécessaire à l'obtention d'un champ magnétisant maximal égale à 1.0 T.

Exercice4

On considère le circuit magnétique suivant :



Le circuit magnétique est constitué des tôles de perméabilité relative $\mu_r = 1000$ et de masse volumique $\delta = 7800\text{ kg/m}^3$.

La bobine, alimentée par une source de tension sinusoïdale 10 kVeff / 50 Hz, absorbe une puissance de 730 W ; la valeur de l'induction est $B_{\text{max}} = 1.1\text{ T}$.

La résistance de l'enroulement est supposée négligeable.

- 1- Quelle est la qualité des tôles constituant le circuit magnétique ?
- 2- Calculer le nombre de spires de la bobine.
- 3- Calculer l'excitation magnétique H_f dans le circuit magnétique.
- 4- Calculer le courant absorbé par la bobine ainsi que le facteur de puissance $\cos\phi$.

Vérifier que $\cos\varphi = \frac{q\delta}{\pi f} \mu_0 \mu_r$

- 5- un entrefer parasite d'épaisseur $e = 1\text{mm}$ est crée dans le circuit magnétique.
On appelle i' l'augmentation du courant
Calculer I' eff .

Vérifier que $I' \text{ eff} = \frac{V.e}{\omega \mu_0 N S}$

Exercice5

Un circuit magnétique canalise un flux magnétique $\Phi = 75 \cdot 10^{-3}\text{wb}$ la réluctance du circuit magnétique est $\mathfrak{R} = 20\text{kA/wb}$.

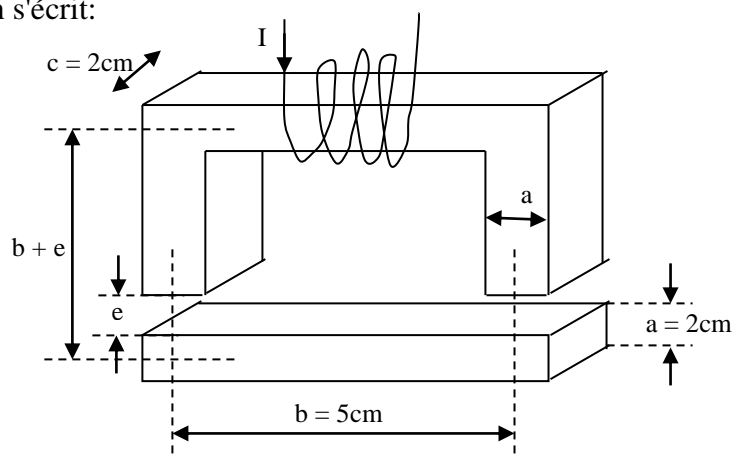
- 1- Quelle est la f.m.m qui crée ce flux?
- 2- Quelle est l'intensité I du courant traversant les 500 spires de l'enroulement qui entoure le circuit magnétique?
- 3- Le circuit magnétique est torique, de rayon moyen $r = 10\text{cm}$. Quelle est l'excitation magnétique H à l'intérieur du circuit?
- 4- La section droite du circuit magnétique est $S = 10\text{dm}^2$, calculer:
 - Le champ magnétique B à l'intérieur du circuit.
 - La perméabilité relative du matériau constituant le circuit.

EXERCICE6

Un contacteur est composé d'une armature fixe portant une bobine de 1000 spires et une armature mobile. Elles sont séparées par un entrefer d'épaisseur $e = 1\text{mm}$. Lorsque la bobine est alimentée par un courant continu, les armatures sont soumises à une force d'attraction qui en première approximation s'écrit:

$$F = 2B^2 S / 2\mu_0$$

où B induction dans le fer, S section du circuit magnétique de $\mu_r=1000$.



- 1- On désire une force d'attraction $F = 50\text{N}$. quelle doit être la valeur:
 - du champ magnétique dans l'entrefer?
 - de l'excitation magnétique dans les armatures?
 - De la f.m.m totale?
 - De l'intensité du courant dans la bobine?
- 2- Les armatures sont "collées" (i.e sans entrefer), quelle est la force de maintien qui s'exerce sur l'armature mobile lorsque la bobine est traversée par le courant déterminé précédemment, sachant que le fer se sature à 1.6T ?
- 3- Quelle est l'intensité du courant permettant de réduire cette force de maintien à 400N ?

Chapitre 4

TRANSFORMATEURS MONOPHASES

I- INTRODUCTION

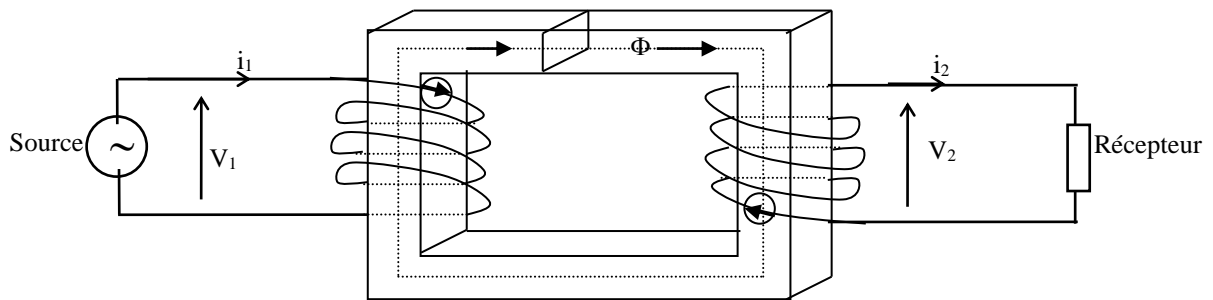
Le transformateur est une machine électrique statique qui permet de modifier, en *alternatif*, l'amplitude de certaines grandeurs (tension et courant) sans changer leur fréquence. Il assure la transmission de puissance avec un excellent rendement.

I-1 Construction

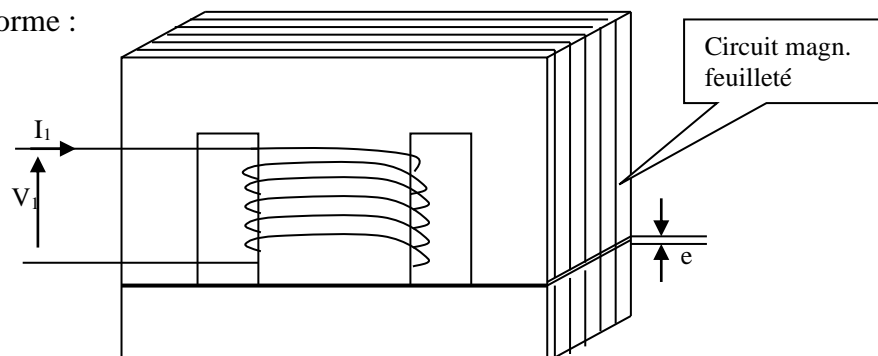
Un transformateur est constitué d'un circuit ferromagnétique fermé portant au moins deux enroulements sans liaison conductrice :

☑ Le circuit magnétique, traversé par un champ magnétique variable, est le siège des pertes ferromagnétiques (pertes par courants de Foucault et pertes par hystérésis) ; pour réduire ces pertes on utilise un circuit magnétique en acier au silicium feuilleté.

☑ Un des enroulements, nommé "primaire", est alimenté par une source de tension alternative sinusoïdale, un flux magnétique forcé par cette alimentation s'établit, donc, dans la carcasse magnétique. Les autres bobines voient apparaître entre leurs bornes des f.e.m induites (loi de *Lenz*) ; si on les fait débiter dans des récepteurs, elles sont traversées par des courants qui tendent à réduire la f.e.m totale, donc le flux, comme le flux est forcé par la tension d'alimentation, le primaire va appeler un courant permettant de maintenir sa valeur nominale. Le primaire module, donc, les valeurs de l'intensité et de la puissance appelées sur la source en fonction des courants et des puissances fournis par les enroulements dits "secondaires".



Pratiquement les circuit magnétiques utilisés pour la construction des transformateurs monophasés sont de la forme :

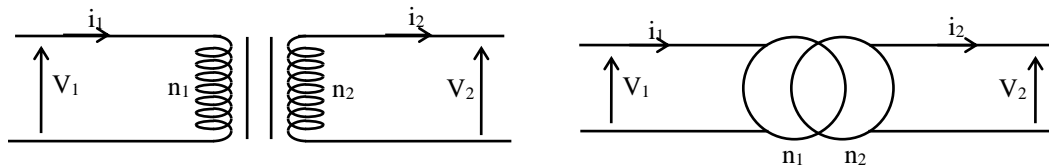


Remarque :

- Il faut réduire les entrefers (entre culasse et noyaux) au minimum pour augmenter les performances du transformateur.
- Pour les transformateurs de fortes puissances, les pertes magnétiques et les pertes par effet joule élèvent la température du transformateur ; pour éviter la détérioration des isolants et la vieillissement rapide, ces transformateurs possèdent un système de refroidissement (refroidissement à huile isolant ou par dissipation thermique à l'aide des radiateurs).

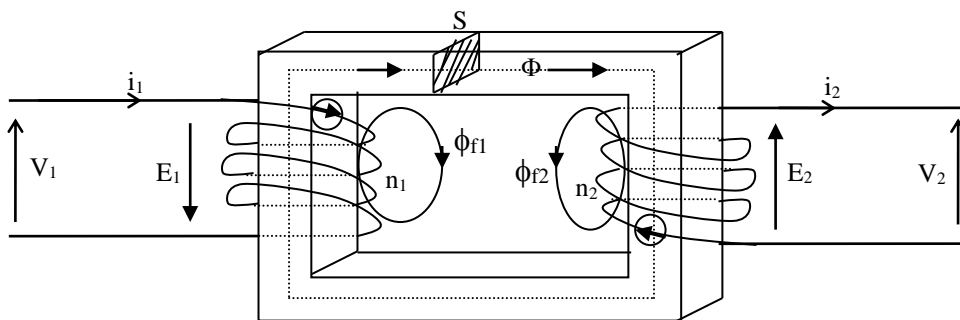
- $V_2 > V_1$ le transformateur est dit "Elévateur", ou survolteur ;
- $V_2 < V_1$ le transformateur est dit "Abaisseur", ou dévolteur ;
- $V_2 = V_1$ le transformateur est dit "Isolateur".

Représentation normalisée des transformateurs



I-2 Convention de signes

- On choisit un sens positif des lignes d'induction, donc du flux Φ .
- On en déduit le sens des courants primaire et secondaire, en appliquant la règle du tire-bouchon.
- Le sens positif des tensions est défini en adoptant la convention récepteur pour le primaire et générateur pour le secondaire.
- Les f.e.m e_1 et e_2 induites dans les enroulements primaires et secondaires sont orientés dans le même sens que les courants i_1 et i_2 .
- Les grandeurs relatives au primaire seront affectées de l'indice 1 et celles du secondaire de l'indice 2.



Avec ces convention : $e_1 = -n_1 \frac{d\phi_1}{dt}$ et $e_2 = -n_2 \frac{d\phi_2}{dt}$
Avec $\phi_1 = \phi + \phi_{f1}$ et $\phi_2 = \phi + \phi_{f2}$

II- Equations de fonctionnement

Avec les conventions ci-dessus, les équations électriques du transformateur s'écrivent :

$$\begin{cases} v_1 = r_1 i_1 + n_1 \frac{d\Phi_1}{dt} \\ v_2 = -r_2 i_2 - n_2 \frac{d\Phi_2}{dt} \end{cases}$$

Or $\phi_1 = \phi + \phi_{f1}$ et $\phi_2 = \phi + \phi_{f2}$

$$\begin{cases} v_1 = r_1 i_1 + l_1 \frac{di_1}{dt} - e_1 & e_1 = -n_1 \frac{d\Phi}{dt} \\ v_2 = e_2 - r_2 i_2 - l_2 \frac{di_2}{dt} & e_2 = -n_2 \frac{d\Phi}{dt} \end{cases}$$

l_1 et l_2 sont les inductances de fuites respectivement du primaire et du secondaire.

$$l_1 i_1 = n_1 \phi_{f1} \quad \text{et} \quad l_2 i_2 = n_2 \phi_{f2}$$

les ampères tours $n_1 i_1$ et $n_2 i_2$ sont comptés en flux additif, ce qui donne pour la relation d'ampère :

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = \Re \Phi$$

A vide, on obtient :

$$\begin{cases} v_1 = r_1 i_{10} + l_1 \frac{di_{10}}{dt} - e_1 & e_1 = -n_1 \frac{d\Phi}{dt} \\ v_{20} = e_2 & e_2 = -n_2 \frac{d\Phi}{dt} \\ n_1 i_{10} = \Re \Phi_{10} \end{cases}$$

Le flux dans le circuit magnétique étant imposé par la tension d'alimentation primaire
Donc, les flux à vide Φ_{10} et en charge Φ sont approximativement identiques.

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = n_1 i_{10}$$

En régime sinusoïdal

Les équations de fonctionnement du transformateur s'écrivent :

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = r_1 \bar{I}_1 + j l_1 \omega \bar{I}_1 - \bar{E}_1 & \bar{E}_1 = -j n_1 \omega \bar{\Phi} \\ \bar{V}_2 = \bar{E}_2 - r_2 \bar{I}_2 - j l_2 \omega \bar{I}_2 & \bar{E}_2 = -j n_2 \omega \bar{\Phi} \\ n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2 = \Re \bar{\Phi} \approx \Re \bar{\Phi}_{10} = n_1 \bar{I}_{10} \end{cases}$$

III- Transformateur parfait

III-1 définitions

Dans un transformateur parfait, on néglige :

- Les pertes par effet Joule dans les enroulements(r_1 et r_2 négligeables).
- Les pertes ferromagnétiques (caractéristique $b(h)$ est assimilée à un segment de droite passant par l'origine des axes).
- La réluctance du circuit magnétique $R = 0$ (il n'y a pas de fuites magnétiques $\phi_1 = \phi_2 = \phi$)

Un transformateur parfait ne présente ni pertes ni fuites magnétiques.

Dans le cas d'un transformateur parfait, les chutes de tension sont nulles. Les équations s'écrivent alors sous la forme:

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = -\bar{E}_1 \\ \bar{V}_2 = -\bar{E}_2 \\ n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{V}_2 = -m \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 = -m \bar{I}_2 \end{cases} \text{ avec } m = \frac{n_2}{n_1}$$

l'équation écrite en instantanée donne :

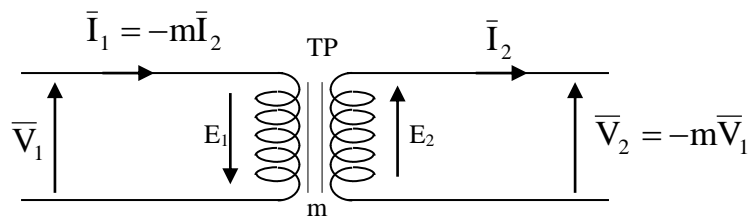
$$v_1 = -e_1 = n_1 \frac{d\phi}{dt}$$

$$\text{en sinusoïdal, } v_1 = V_1 \sqrt{2} \cos \omega t \Rightarrow \phi = \frac{V_1 \sqrt{2}}{n_1 \omega} \cos(\omega t - \pi/2)$$

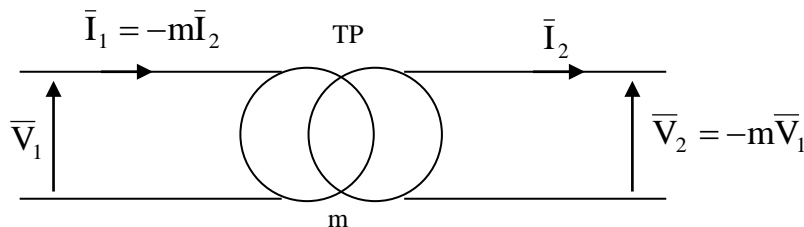
$$\text{On retrouve la } \textbf{Formule de Boucherot} : V_1 = 4.44 n_1 f S B_{\max}$$

III-2 Schémas équivalents

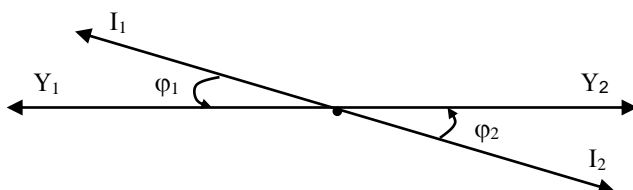
Le schéma équivalent d'un transformateur parfait est donné par :



Ou encore



Le diagramme de Fresnel d'un transformateur parfait est le suivant :

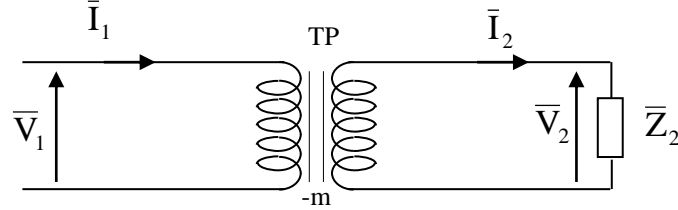


Dans un transformateur parfait, il y a conservation de puissances active, réactive et apparente.

Le rendement d'un transformateur parfait est égal à 1

III-3 Propriétés

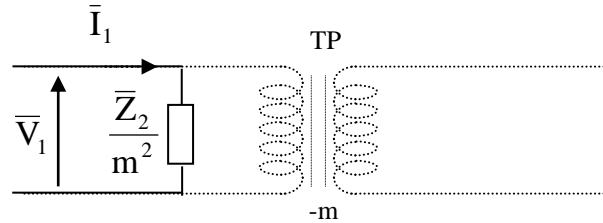
μ IMPEDANCE RAMENEE AU PRIMAIRE



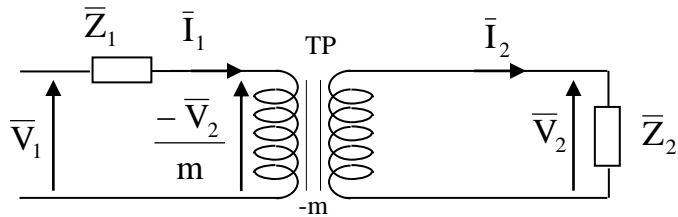
Impédance vue par \bar{V}_1 ? (impédance ramenée au primaire)

$$\bar{Z}_1 = \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1} = \frac{-\bar{V}_2}{m(-m\bar{I}_1)} = \frac{1}{m^2} \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2} = \frac{\bar{Z}_2}{m^2}$$

d'où le schéma équivalent suivant:



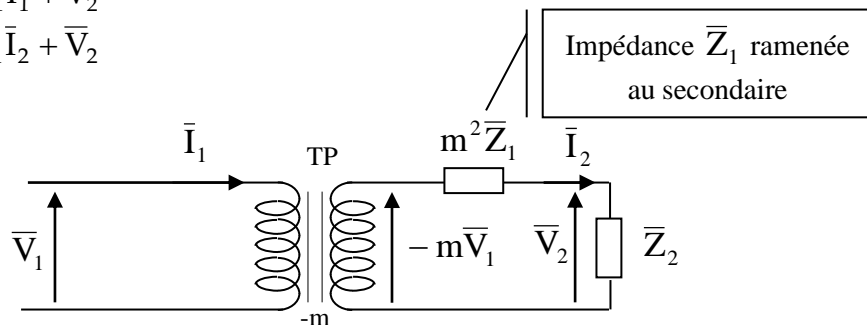
μ IMPEDANCE RAMENEE AU SECONDAIRE



$$\bar{V}_1 = \bar{Z}_1 \bar{I}_1 - \frac{\bar{V}_2}{m}$$

$$-m\bar{V}_1 = -m\bar{Z}_1 \bar{I}_1 + \bar{V}_2$$

$$-m\bar{V}_1 = m^2 \bar{Z}_1 \bar{I}_2 + \bar{V}_2$$



IV- Transformateur réel

IV-1 Bilan énergétique

La puissance utile P_u d'un transformateur est la puissance P_2 disponible au secondaire, la puissance absorbée P_a est la puissance P_1 reçue par le primaire ; Pour un transformateur réel, la puissance P_1 est supérieure à la puissance P_2 , la différence $P_1 - P_2$ représente l'ensemble des pertes qui sont :

- ✓ Pertes par effet Joule dans les enroulements (on les appelle pertes cuivre)
- ✓ Pertes ferromagnétiques ou pertes fer (pertes par hystérésis et par courant de Foucault) ; elles sont proportionnelles à la fréquence et à la valeur maximale de l'induction magnétique.

$$P_{\text{fer}} = M \cdot f \cdot B_{\text{max}}^2$$

Si la valeur efficace de la tension au primaire est constante, les pertes fer sont constantes, elles ne dépendent pas du point de fonctionnement du transformateur.

IV-2 Rendement



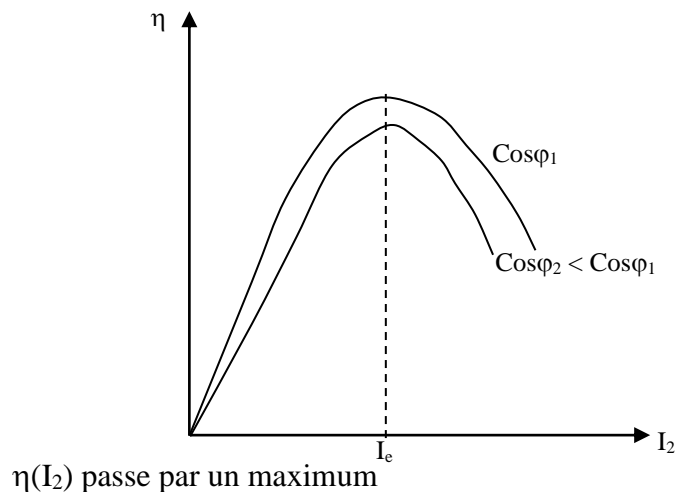
$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \sum \text{Pertes}}$$

$$\sum \text{Pertes} = P_j + P_{\text{fer}} = r_{t_2} I_2^2 + P_{\text{fer}}$$

$$P_2 = V_2 I_2 \cos \varphi_2$$

$$\text{d'où} \quad \eta = \frac{V_2 I_2 \cos \varphi_2}{V_2 I_2 \cos \varphi_2 + r_{t_2} I_2^2 + P_{\text{fer}}}$$

à $\cos \varphi$ donné, l'allure du rendement en fonction du courant de sortie est la suivante:



$$\frac{d\eta}{dI_2} = 0 \rightarrow r_{t_2} I_2^2 = P_{\text{fer}}$$

Le rendement passe par le maximum pour un courant I_2 qui réalise $P_j = P_{\text{fer}}$.

$$\Rightarrow I_e = \sqrt{\frac{P_{\text{fer}}}{r_{t_2}}} \quad (\text{charge économique})$$

La charge économique (où le rendement est maximum) se situe autour des $\frac{3}{4}$ de la charge nominale du transformateur.

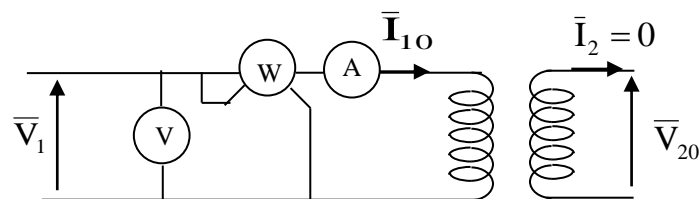
Pour les transformateurs de distribution, I_2 varie dans une large gamme (généralement entre 60% à 90% de la valeur nominale). Donc ; en moyenne, on reste autour du fonctionnement optimum.

Détermination du rendement d'un transformateur

Il existe deux possibilités pour mesurer le rendement d'un transformateur:

- Mesure directe des puissances P_1 et P_2 .
- Mesure indirecte : cette méthode consiste à déterminer les pertes fer par un essai à vide et les pertes dans le cuivre avec un essai en court-circuit. (méthode des pertes séparées). Cette méthode est plus précise que la première et permet de calculer le rendement du transformateur en un point de fonctionnement quelconque.

Essai à vide



Puissance absorbée à vide:

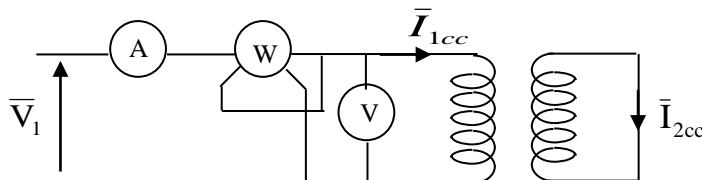
$$P_0 = V_1 I_{10} \cos \phi_{10} = P_{j0} + P_{\text{fer}}$$

$$I_{10} \approx 1 \text{ à } 5\% I_{1n} \quad \text{or} \quad r_1 I_{10}^2 \approx 10^{-4} \text{ à } 10^{-3} r_1 I_{1n}^2$$

d'où

$$P_0 = P_{\text{fer}}$$

Essai en court-circuit

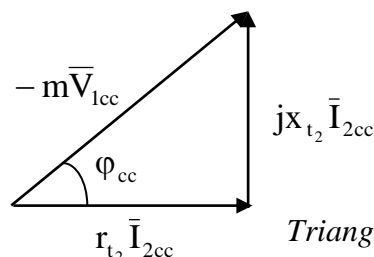


$$P_{1cc} = V_{1cc} I_{1cc} \cos \phi_{1cc}$$

$$P_{1cc} = P_{\text{fer}} + P_j \approx P_j = r_{t_2} I_{2cc}^2$$

V_{1cc} est la tension de court-circuit correspondant au courant nominal. Elle est de quelque pour-cent de V_{1n} , or P_{fer} sont proportionnelles à la tension \Rightarrow les pertes fer en court-circuit sont négligeables.

L'équation de fonctionnement: $-m\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{Z}_{t_2} \bar{I}_2$, en court-circuit devient: $-m\bar{V}_{1cc} = \bar{Z}_{t_2} \bar{I}_{2cc}$.



ϕ_{cc} , argument de \bar{Z}_{t_2} , angle de court-circuit

Triangle de court-circuit
ou triangle de kapp

$$(mV_{cc})^2 = (r_{t_2}^2 + x_{t_2}^2) I_{2cc}^2$$

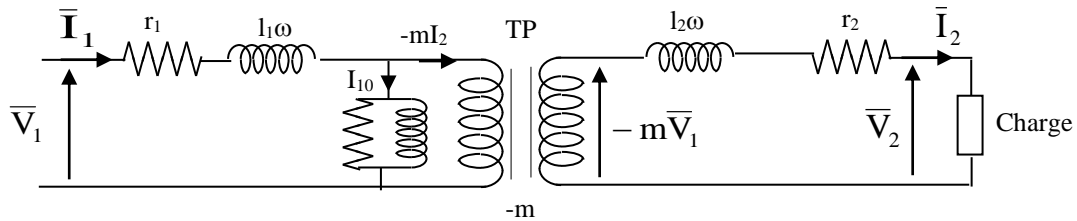
$$|Z_{t_2}| = \frac{mV_{1cc}}{I_{2cc}}$$

On retrouve: $P_{1cc} = V_{1cc} I_{1cc} \cos \varphi_{cc}$; $x_{t_2} = r_{t_2} \tan \varphi_{cc}$ et $P_{1cc} = r_{t_2} I_{2cc}^2$

IV-3 Schéma équivalent d'un transformateur réel

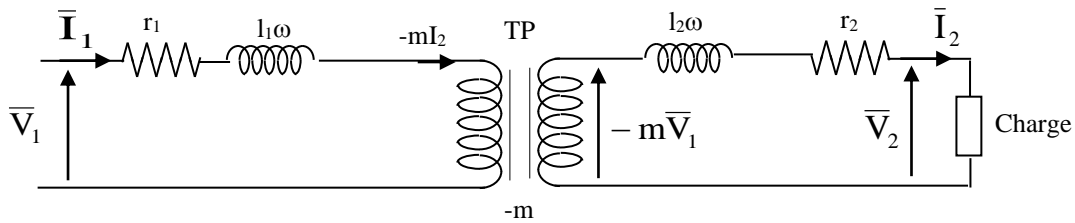
Pour un transformateur parfait on a: $\frac{V_2}{V_1} = m$ et $\frac{I_1}{I_2} = m$ alors que pour un transformateur réel on a $\frac{I_1}{I_2}$ diffère de m de 1 à 5% et $\frac{V_1}{V_2}$ diffère de m de 5 à 15%. Compte tenu de ces ordres de grandeurs,

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{V}_1 = r_1 \bar{I}_1 + j l_1 \omega \bar{I}_1 - \bar{E}_1 \\ \bar{V}_2 = \bar{E}_2 - r_2 \bar{I}_2 - j l_2 \omega \bar{I}_2 \\ n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2 = n_1 \bar{I}_{10} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \bar{E}_1 = -j n_1 \omega \bar{\Phi} \\ \bar{E}_2 = -j n_2 \omega \bar{\Phi} \end{array} \right\} \rightarrow \bar{E}_2 = m \bar{E}_1$$

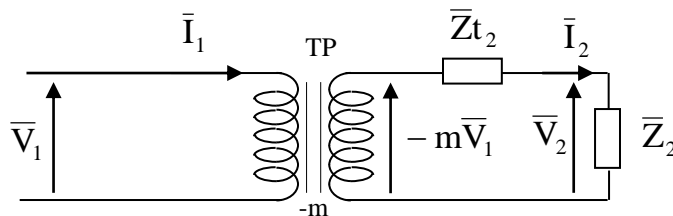


Hypothèse Kapp

Pour un fonctionnement proche du régime nominale, le courant à vide est négligeable devant le courant I_1 , dans ce cas le schéma équivalent du transformateur se réduit à :



Ou encore :

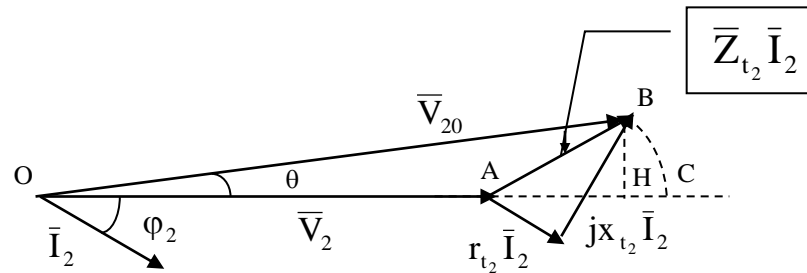


$$\bar{Z}_{t_2} = r_2 + j l_2 \omega + m^2 (r_1 + j l_1 \omega)$$

$$\bar{Z}_{t_2} = (r_2 + m^2 r_1) + j (l_2 \omega + m^2 l_1 \omega)$$

$\bar{Z}_{t_2} = r_{t_2} + j x_{t_2}$ impédance totale du transformateur ramenée au secondaire

IV-4 Diagramme de *Kapp*, chute de tension



L'écart entre \bar{V}_2 et \bar{V}_{20} varie généralement de 5 à 15% $\Rightarrow \theta$ est toujours très petit.

\Rightarrow la chute de tension est donnée par l'expression : $\Delta V = V_{20} - V_2$

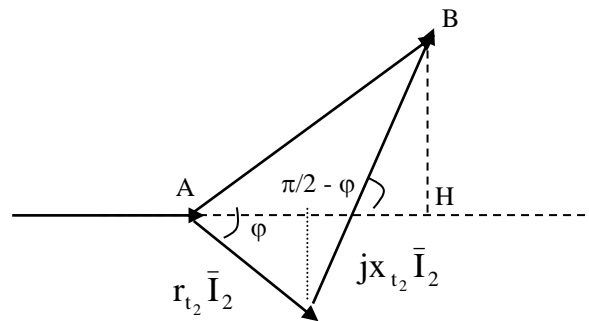
$\Delta V = AC$ (C intersection du cercle de centre O et de rayon OB avec l'horizontale).

θ petit \Rightarrow C est pratiquement confondu avec H (projection de B sur l'horizontale).

$$\Delta V = AC \approx AH = r_{t2} I_2 \cos\varphi + x_{t2} I_2 \sin\varphi$$

$$\Delta V \approx (r_{t2} \cos\varphi + x_{t2} \sin\varphi) I_2$$

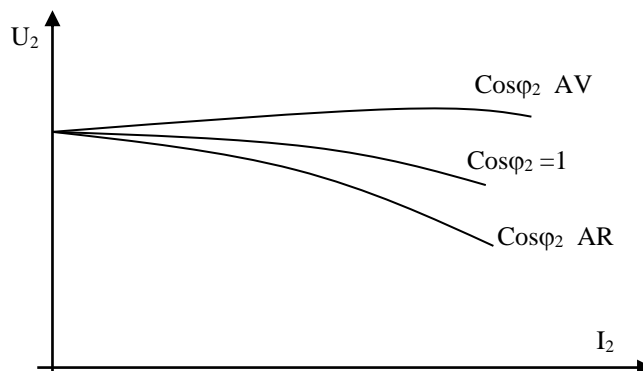
En effet:



$$\Delta V = AH = r_{t2} I_2 \cos\varphi + x_{t2} I_2 \sin\varphi$$

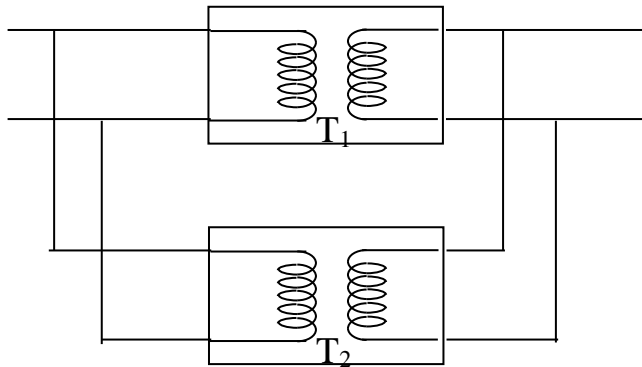
La caractéristique en charge du transformateur est la fonction $U_2 = f(I_2, \cos\varphi_2)$ pour une tension d'alimentation fixe.

On obtient deux courbes : $U_2 = f(I_2)$ à $\cos\varphi_2 = \text{cste}$ et $U_2 = f(\cos\varphi_2)$ à $I_2 = \text{cste}$



Allure des caractéristiques $U_2 = f(I_2)$ à $\cos\varphi_2 = \text{cste}$

V- Mise en parallèle des transformateurs



Lorsque la puissance consommée par un utilisateur augmente et que le transformateur qui l'alimente atteint sa limite, on peut coupler sur ce dernier un second transformateur en parallèle. Par ailleurs, en distribution, au lieu d'un transformateur dimensionné pour la pointe maximale de consommation, donc souvent très en dessous de son fonctionnement nominal (rendement

médiocre) on peut disposer de plusieurs transformateurs en parallèle fonctionnant au voisinage de leur conditions nominales.

La mise en parallèle doit être effectuée au primaire et au secondaire sous les conditions suivantes :

- Même tensions primaires et secondaires ;
- Même tension de court-circuit u_{cc} en pu (ramenée à la tension nominale);
- Identité des indices horaires (pour les transformateurs triphasés);
- Le fonctionnement devient idéal si les impédances de court-circuit ont le même argument.

REMARQUE : Notion de grandeurs réduites

Grandeurs nominales : Toute machine est caractérisée par un ensemble de grandeurs nominales. Ce sont les limites fixées par le constructeur au delà desquelles le bon fonctionnement de l'appareil n'est pas garanti.

Pour un transformateur les constructeurs donnent comme grandeurs nominales: f_n , U_{1n} , U_{2n} , I_{1n} , I_{2n} ou f_n , U_{1n} , U_{2n} , S_n .

Pour comparer des machines de puissances et tensions différentes, on utilise des paramètres adimensionnels (sans dimension) qui sont obtenus en divisant les grandeurs physiques par des grandeurs de référence issues des grandeurs nominales. C'est ce qu'on appelle les grandeurs réduites.

Grandeurs de référence de base

- Référence de tension: V_n tension nominale.
- Référence de courant: I_n courant nominal.
- Référence de puissance: $S_n = V_n I_n$.
- Impédance de référence: $Z_n = \frac{V_n}{I_n}$.

Grandeurs réduites: exprimées en pu (per unit) et notées en minuscule:

- Tension réduite: $v = \frac{V}{V_n}$
- Courant réduit: $i = \frac{I}{I_n}$
- Impédance réduite: $z = \frac{Z}{Z_n}$

Equation de Kapp en grandeurs réduites:

$$\bar{V}_2 = -m\bar{V}_1 - \bar{Z}_{t_2}\bar{I}_2 \Rightarrow \frac{\bar{V}_2}{V_{2n}} = -m\frac{\bar{V}_1}{V_{2n}} - \frac{\bar{Z}_{t_2}\bar{I}_2}{V_{2n}}$$

$$\bar{v}_2 = -m \frac{\bar{V}_1}{V_{1n}} \frac{V_{1n}}{V_{2n}} - \frac{\bar{Z}_{t_2}}{V_{2n} / I_{2n}} \frac{\bar{I}_2}{I_{2n}}$$

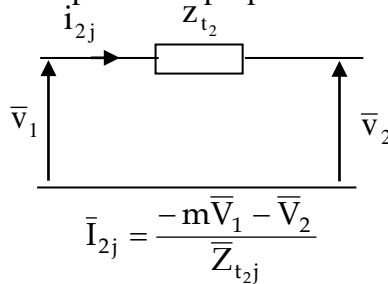
On considère l'approximation : $m \approx \frac{V_{2n}}{V_{1n}}$ alors, on obtient : $\bar{v}_2 = -\bar{v}_1 - \bar{Z}_{t_2} \bar{I}_2$

En grandeurs réduites :

- Le rapport de transformation est égal à 1;
- $v_{2cc} = z_{t_2} i_{2n} = z_{t_2} (z_{t_2} = z_{t_1} = v_{cc})$

V-1- Mise en parallèle dans le cas idéal

Les courants fournis par les différents transformateurs s'additionnent arithmétiquement et chaque transformateur fournit une puissance proportionnelle à sa puissance nominale.



$$\bar{I}_2 = \sum_{j=1}^n \bar{I}_{2j} = (-m\bar{V}_1 - \bar{V}_2) \sum_{j=1}^n \frac{1}{\bar{Z}_{t_{2j}}}$$

$$\bar{I}_2 = (-m\bar{V}_1 - \bar{V}_2) \sum_{j=1}^n \frac{1}{\bar{Z}_{t_{2j}} \frac{V_{2nj}}{I_{2nj}}} \quad \text{d'où} \quad \bar{I}_2 = \frac{-m\bar{V}_1 - \bar{V}_2}{V_{2n} \bar{Z}_{t_2}} \sum_{j=1}^n I_{2nj}$$

$$\bar{I}_{2j} = \frac{-m\bar{V}_1 - \bar{V}_2}{V_{2n} \bar{Z}_{t_2}} I_{2nj} \quad \frac{\bar{I}_{2j}}{\bar{I}_2} = \frac{I_{2nj}}{\sum_{j=1}^n I_{2nj}}$$

$$\frac{V_2 \bar{I}_{2j}}{V_2 \bar{I}_2} = \frac{V_{2n} I_{2nj}}{\sum_{j=1}^n V_{2n} I_{2nj}} \quad \frac{S_j}{S} = \frac{S_{nj}}{S_n}$$

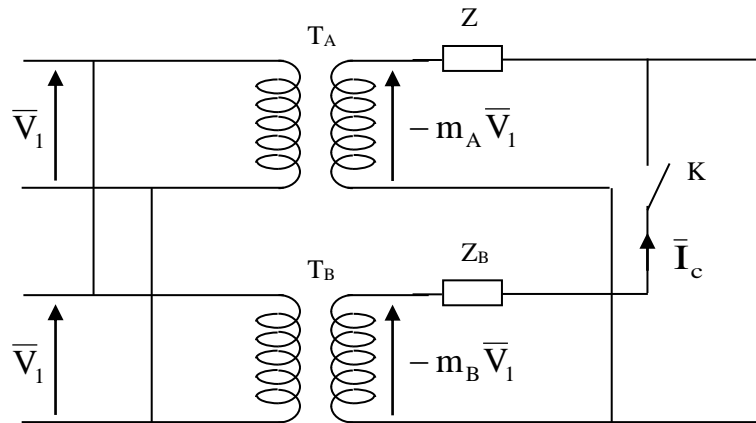
APPLICATION NUMERIQUE: deux transformateurs identiques en parallèle, tel que:

$S_{n1} = 300\text{kVA}$; $S_{n2} = 600\text{kVA}$. Lorsque les deux transformateurs fournissent 800kVA , quelle est la puissance fournie par chacun?

$$S_1 = 800 \frac{300}{300 + 600} \approx 267\text{kVA}$$

$$S_2 = 800 \frac{600}{300 + 600} \approx 533\text{kVA}$$

V-2- Influence d'un écart sur le rapport de transformation



A la fermeture de K, du fait que $m_A V_1 \neq m_B V_1$, il y a circulation d'un courant I_c entre les deux transformateurs :

$$\bar{I}_c = \frac{-m_B \bar{V}_1 + m_A \bar{V}_1}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_B} = \frac{m_A \bar{V}_1}{\bar{Z}_A + \bar{Z}_B} \left(1 - \frac{m_B}{m_A} \right)$$

APPLICATION NUMERIQUE : deux transformateurs A et B de même $u_{cc} = 0.05\text{pu}$ et même φ_{cc} ; $\frac{m_B}{m_A} = 1.05$. Déterminer i_c en grandeur réduite.

$$\bar{i}_c = \frac{\bar{I}_c}{I_{2nB}} = \frac{m_A \bar{V}_1}{\bar{Z}_{t2} \left(\frac{V_{nA}}{I_{2nA}} + \frac{V_{nB}}{I_{2nB}} \right) I_{2nB}} \left(1 - \frac{m_B}{m_A} \right)$$

$$\bar{i}_c = \frac{m_A \bar{V}_1}{\bar{Z}_{t2} V_{2n} \left(\frac{I_{2nB}}{I_{2nA}} + 1 \right)} \left(1 - \frac{m_B}{m_A} \right) = \frac{-1}{\bar{Z}_{t2} \left(\frac{I_{2nB}}{I_{2nA}} + 1 \right)} \left(1 - \frac{m_B}{m_A} \right)$$

Si A et B sont de même puissance alors $i_c = \frac{1}{2Z_{t2}} \left(\frac{m_B}{m_A} - 1 \right)$.

$$\frac{m_B}{m_A} = 1.05 \quad i_c = 0.5\text{pu}$$

$$\frac{m_B}{m_A} = 1.02 \quad i_c = 0.2\text{pu}$$

En pratique, on ne tolère pas un écart supérieur à 0.5% ou 1% maximum entre les rapports de transformation.

$$\frac{m_B}{m_A} < 1.005$$

V-3- Influence d'un écart sur les tensions de court-circuit

Les transformateurs en parallèle ont les mêmes tensions aux primaires et secondaires, mêmes φ_{cc} et des tensions de court-circuit u_{cc} différentes.

$$\begin{aligned}\bar{I}_{2j} &= \frac{-m\bar{V}_1 - \bar{V}_2}{\bar{Z}_{t2j}} \\ \bar{I}_2 &= (-m\bar{V}_1 - \bar{V}_2) \sum_{j=1}^n \frac{1}{\bar{Z}_{t2j}} \\ \bar{Z}_{t2j} &= \bar{Z}_{t2j} \frac{V_{2n}}{I_{2nj}} = v_{ccj} e^{j\varphi_{cc}} \frac{V_{2n}}{I_{2nj}} \\ \frac{\bar{I}_{2j}}{\bar{I}_2} &= \frac{1/\bar{Z}_{t2j}}{\sum_{j=1}^n 1/\bar{Z}_{t2j}} = \frac{I_{2nj}/v_{ccj}}{\sum_{j=1}^n I_{2nj}/v_{ccj}} \\ \frac{S_j}{S} &= \frac{V_2 I_{2j}}{V_2 I_2} = \frac{S_{nj}/v_{ccj}}{\sum_{j=1}^n S_{nj}/v_{ccj}} \\ \frac{S_j}{S} &= \frac{S_{nj}}{v_{ccj}} \frac{1}{\sum_{j=1}^n S_{nj}/v_{ccj}}\end{aligned}$$

APPLICATION NUMERIQUE: soient trois transformateurs:

T_1	$S_{n1} = 630\text{kVA}$	$v_{cc1} = 5.5\%$
T_2	$S_{n2} = 400\text{kVA}$	$v_{cc2} = 5.7\%$
T_3	$S_{n3} = 160\text{kVA}$	$v_{cc3} = 4.8\%$

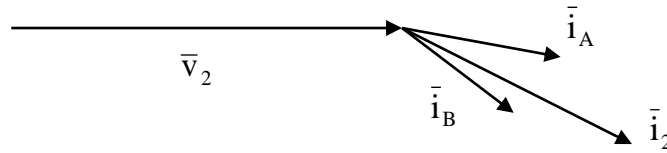
Pour une puissance maximale transférée ($S = 630 + 400 + 160\text{kVA}$), quelle est la part de chaque transformateur?

$$\begin{aligned}S &= \sum_{i=1}^3 S_i = 630 + 400 + 160 = 1190\text{kVA} \\ S_1 &= \frac{1190}{\frac{630}{5.5} + \frac{400}{5.7} + \frac{160}{4.8}} \frac{630}{5.5} = \frac{1190}{218} \frac{630}{5.5} = 625\text{kVA} \\ S_2 &= 5.46 \frac{400}{5.7} = 383.2\text{kVA} \\ S_3 &= 5.46 \frac{160}{4.8} = 182\text{kVA} \text{ supérieure à } 160\text{kVA} \text{ car } v_{cc3} \text{ est faible.}\end{aligned}$$

On constate que le transformateur T_3 qui présente la tension de court-circuit la plus faible est surchargé. En pratique, on évite de coupler des transformateurs dont l'écart entre les tensions de court-circuit extrême dépasse 10%.

V-4- Influence d'un écart des φ_{cc}

Soient des transformateurs de mêmes tensions primaires et secondaires et de mêmes tensions de court-circuit et des φ_{cc} différents.



$$\varphi_{cc} \text{ différent} \Rightarrow |\bar{I}_2| < \sum_{j=1}^n \bar{I}_{2j} \Rightarrow S < \sum_{j=1}^n S_j$$

On évite de mettre en parallèle des transformateurs dont les φ_{cc} sont différents.

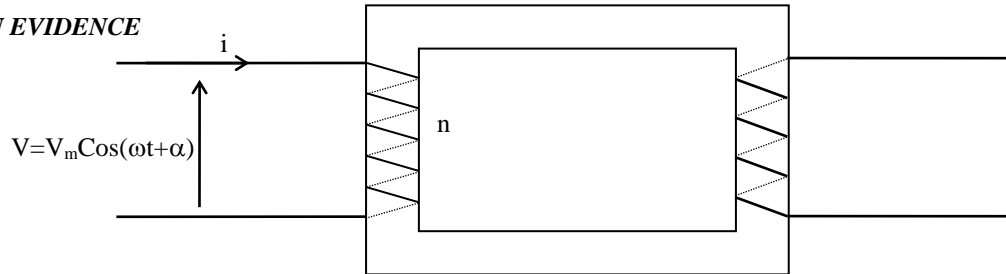
$\text{tg} \varphi_{cc} = \frac{x_{t_2}}{r_{t_2}}$ est une fonction qui dépend de la taille du transformateur c.à.d de sa puissance.

On ne couple en général que des transformateurs dont le rapport des puissances est compris entre 0.5 et 2.

VI- Mise sous tension d'un transformateur

La mise sous tension d'un transformateur, même à vide, peut s'accompagner d'un courant transitoire de valeur grande ou très grande par rapport au courant nominal. Ce courant amorti, peut durer plusieurs périodes et peut engendrer le déclenchement des dispositifs de protection.

MISE EN EVIDENCE



α : phase de la tension à l'instant de mise sous tension ($t=0$)

$$v = ri + n \frac{d\Phi}{dt} \approx n \frac{d\Phi}{dt}$$

$$v = V_m \cos(\omega t + \alpha) \Rightarrow \Phi = \frac{V_m}{n\omega} \sin(\omega t + \alpha) + Cte$$

à $t = 0$: $\Phi = \Phi_r = \frac{V_m}{n\omega} \sin\alpha + Cte \Rightarrow Cte = \Phi_r - \frac{V_m}{n\omega} \sin\alpha$

d'où $\Phi(t) = \frac{V_m}{n\omega} (\sin(\omega t + \alpha) - \sin\alpha) + \Phi_r$

$$\Phi(t) = \Phi_m (\sin(\omega t + \alpha) - \sin\alpha) + \Phi_r$$

Le terme $\Phi_m \sin\alpha$ sera amorti après quelque périodes dans les n spires et dans l'inductance de fuite (saturation). Le cas le plus défavorable correspond à $\alpha = \pm \pi/2$.

$$\alpha = -\pi/2 \Rightarrow \begin{cases} v = V_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = V_m \sin(\omega t) \\ \Phi(t) = \Phi_m (1 - \cos(\omega t)) + \Phi_r \end{cases}$$

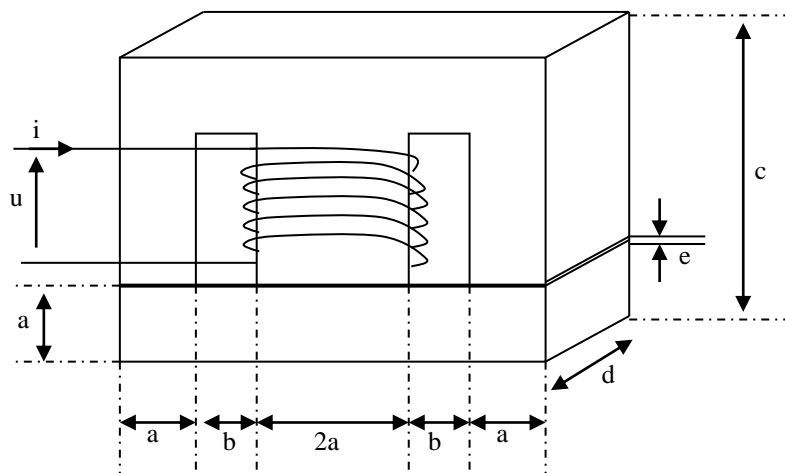
En réalité, pour les pointes du flux, le fer du noyau se sature et une partie du flux passe dans l'intervalle entre le noyau et le bobinage, donc, les pointes de courant sont d'autant moins importantes que l'enroulement mis sous tension est plus loin du noyau. Les pertes fer du circuit magnétique et les pertes cuivre de l'enroulement sont d'autant fortes que le terme $(\Phi_r - \Phi_m \sin\alpha)$ s'amortit. Toutefois, le transitoire peut durer un nombre élevé de périodes suffisant pour provoquer le fonctionnement des protections.

Exercice

Exercice 1

On veut construire un transformateur monophasé de caractéristiques : 1500 VA ; 380/220V – 50Hz.

Pour minimiser les fuites magnétiques on choisit un circuit magnétique en E I dont la forme est donnée par la figure suivante :



On donne :

$$a = 3 \text{ cm}$$

$$b = 3 \text{ cm}$$

$$c = 15 \text{ cm}$$

La qualité de la tôle utilisée est $q = 1.6 \text{ W/Kg}$; sa masse volumique est 7800 Kg/m^3 .

L'induction B_{\max} dans le circuit magnétique est 1.2 T ; la perméabilité relative du circuit magnétique est $\mu_r = 1000$.

Pour dimensionner le circuit magnétique d'un transformateur,

on utilise la formule $S_c = 2.5 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{S_n}{f}}$ où S_c : section du noyau du circuit magnétique en

m^2 ; S_n : puissance apparente nominale en KVA; f : fréquence en Hz. La section brute est généralement majorée de 10 %.

la chute de tension pour un transformateur de 1500W est de 4.4 %.

1- Calculer :

- Le nombre de spires primaire et secondaire.
- Les pertes à vide du transformateur.
- Le courant et le facteur de puissance à vide du transformateur.

2- Un entrefer parasite d'épaisseur $e = 1 \text{ mm}$ est introduit entre les E et I du circuit magnétique.

calculer les nouvelles valeurs de pertes, courant et facteur de puissance à vide.

Un transformateur est réalisé autour du circuit magnétique précédant (sans entrefer).

L'essai en court circuit ($I_{2cc} = I_{2n}$) a donné les résultats suivants :

$$V_{1cc} = 12 \text{ V} ; P_{1cc} = 40 \text{ W}$$

On suppose l'hypothèse de k_{app} est vérifiée.

3 – Donner le schéma équivalent du transformateur, calculer ses éléments.

4 – Le transformateur alimenté sous sa tension nominale est utilisé pour alimenter une charge d'impédance $Z = 20 - j30 \Omega$

calculer :

- le courant I_2 et la tension U_2 au secondaire du transformateur
- le courant I_1 et le facteur de puissance $\cos\phi$ au primaire
- en déduire le rendement du transformateur

Exercice 2

Les essais suivants ont été effectués sur un transformateur monophasé:

- Alimentation en courant continu au primaire $I_{1c} = 10A$; $U_{1c} = 5V$.
- Essai à vide $U_1 = 220V$; $50Hz$; $U_{20} = 44V$; $P_{10} = 80W$; $I_{10} = 1A$.
- Essai en court-circuit $U_{1cc} = 40V$; $P_{1cc} = 250W$; $I_{1cc} = 20A$.

Le transformateur est considéré comme parfait pour les courants lorsque ceux-ci ont leurs valeurs nominales.

A- Essai à vide:

- 1- Déterminer le rapport de transformation.
- 2- En déduire le nombre de spires au secondaire si l'on compte 520 spires au primaire.
- 3- Vérifier que l'on peut négliger les pertes par effet joule lors de l'essai à vide.

B- Essai en court-circuit:

- 1- En admettant que les pertes fer sont proportionnelles au carré de la tension primaire, montrer qu'elles sont négligeables par rapport aux autres pertes dans l'essai en court-circuit.
- 2- Représenter le schéma équivalent du transformateur en court-circuit ramené au secondaire.
- 3- En déduire les valeurs de r_{t_2} et x_{t_2} .

C- Essai en charge:

Le transformateur, alimenté au primaire sous sa tension nominale, débite 100A au secondaire avec un facteur de puissance de 0.9Ar.

- 1- Déterminer graphiquement la tension secondaire du transformateur. En déduire la puissance délivrée par le secondaire.
- 2- Déterminer la puissance absorbée au primaire et le facteur de puissance primaire.
- 3- Déterminer la capacité du condensateur qui, placé en parallèle avec l'enroulement primaire, relève le facteur de puissance de l'installation à 1.

Quelle est la valeur du courant dans la ligne qui alimente l'installation.

Exercice 3

La plaque signalétique d'un transformateur porte les indications suivantes:
Monophasé – 1.6kVA – 50Hz – 110/220V

Les résultats des essais sont les suivants:

- Essai à vide: $U_1 = 110V$; $U_{20} = 224V$; $P_{10} = 100W$.
 - Essai en court-circuit: $U_{1cc} = 7V$; $I_{2cc} = 7.5A$; $P_{1cc} = 95W$.
- 1- avec l'hypothèse de *Kapp*, donner le schéma équivalent du transformateur ramené au secondaire et calculer ses éléments.
 - 2- Le transformateur est alimenté sous 80V, son secondaire alimente une charge qui consomme un courant de 5A avec un facteur de puissance $\cos\phi_2 = 0.8Ar$.
 - 2-1- Donner le diagramme vectoriel des tensions et des courants.
 - 2-2- Calculer la tension secondaire.
 - 2-3- Calculer le rendement du transformateur.
 - 3- le transformateur débite sur une charge inductive ($\cos\phi_2 = 0.8$) et telle que le rendement est maximal et égale à 90%. Le primaire est alimenté par la tension nominale. Quelle est la valeur de la tension secondaire?
 - 4- Quel courant doit débiter le secondaire du transformateur sur une charge résistive pour avoir une chute de tension de 5%? Quel sera alors le facteur de puissance primaire?

Chapitre5

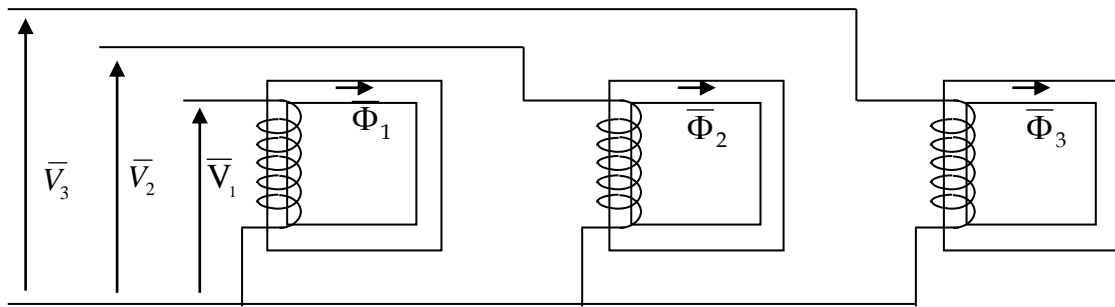
TRANSFORMATEURS TRIPHASES

I- INTRODUCTION

Du fait que tous les réseaux de transport et de distribution sont, presque toujours, constitués de lignes triphasées ; Les transformateurs qui y sont installés sont évidemment triphasés. On peut les réaliser à partir d'unités monophasées (dans ce cas, l'étude précédemment développée s'applique intégralement et la puissance totale est égale à la somme des puissances des unités), mais ce type de réalisation est réservé aux très grandes puissances. Les transformateurs triphasés usuels sont réalisés en unités triphasées. Les enroulements de phases sont alors magnétiquement couplés.

I-1 Bobine triphasée

Constitution

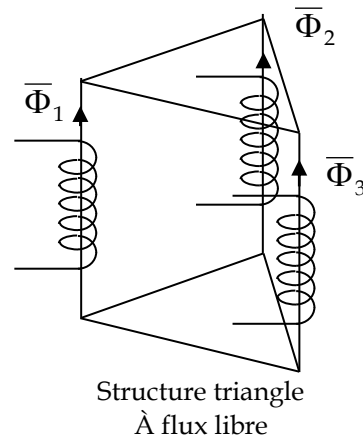
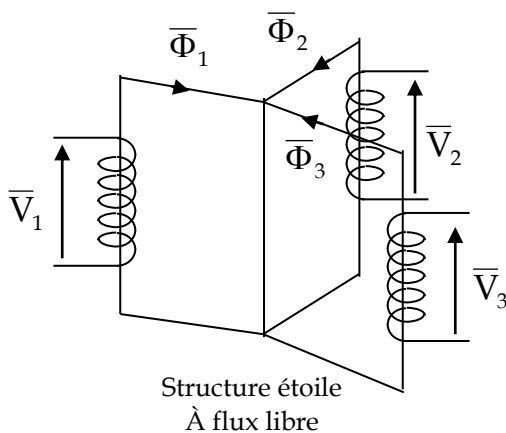


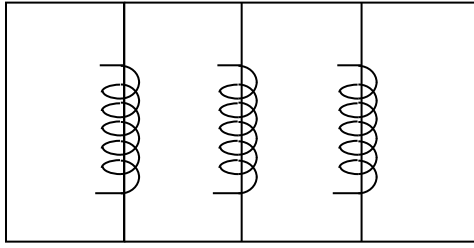
3 bobines identiques alimentées par un système triphasé ($\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3$)

($\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3$) système triphasé \Rightarrow ($\bar{\Phi}_1, \bar{\Phi}_2, \bar{\Phi}_3$) système triphasé

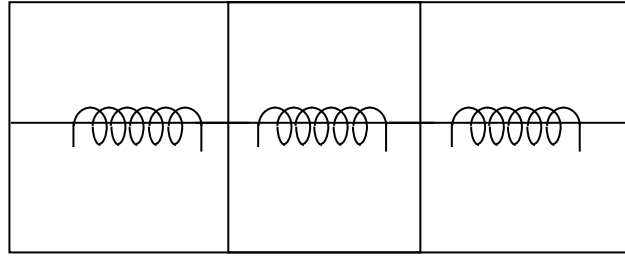
Système à flux libre (chaque flux possède son propre circuit magnétique).

Pour réduire le fer, on peut réaliser un seul circuit magnétique sous forme d'étoile ou de triangle.





5 colonnes

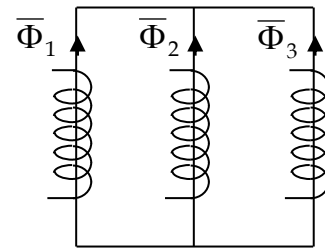


Cuirassé

Dans le cas d'un circuit magnétique à flux libre on a : $\Phi_t = \bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_2 + \bar{\Phi}_3$

flux forcé: (le flux homopolaire ne peut pas se refermer dans le circuit magnétique).

Dans ce cas on a : $\bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_2 + \bar{\Phi}_3 = 0$

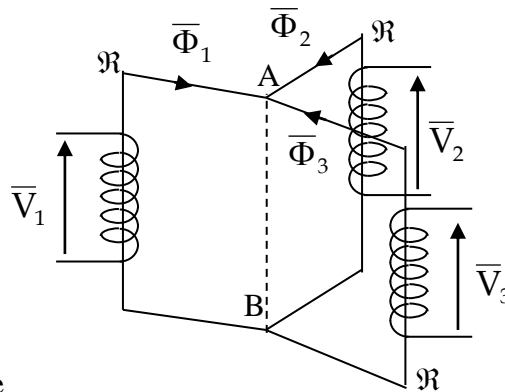


3 colonnes

L'intérêt de la présence des noyaux bobinés avec flux libre et flux forcé n'apparaît qu'en régime déséquilibré. Des circuits magnétiques à flux libre permettent la présence de la composante homopolaire du flux ce qui n'est pas le cas pour ceux à flux forcé.

I-2- Inductances propres – mutuelles – cycliques

Pour simplifier, on considère une structure symétrique.



\mathcal{R} réluctance d'une branche

INDUCTANCE PROPRE D'UNE PHASE: inductance vue par une phase de l'inductance lorsqu'elle est alimentée seule.

$$\left. \begin{aligned} n\bar{I}_1 &= \mathcal{R}\bar{\Phi}_1 - \mathcal{R}\bar{\Phi}_2 = \mathcal{R}\bar{\Phi}_1 - \mathcal{R}\bar{\Phi}_3 \\ \bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_2 + \bar{\Phi}_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bar{\Phi}_2 = \bar{\Phi}_3 = -\frac{\bar{\Phi}_1}{2}$$

$$\Rightarrow n\bar{I}_1 = \frac{3}{2} \mathcal{R}\bar{\Phi}_1$$

$$L = n \frac{\Phi_1}{I_1} = \frac{2}{3} \frac{n^2}{\mathcal{R}}$$

INDUCTANCE MUTUELLE: déduite du flux induit par V_1 dans le deuxième enroulement.

$$M = \frac{n\Phi_2}{I_1} = -\frac{1}{3} \frac{n^2}{\mathfrak{R}} = -\frac{L}{2}$$

INDUCTANCE CYCLIQUE: inductance apparente d'une phase lorsque les trois bobines sont alimentées par un système triphasé équilibré.

$$\left. \begin{array}{l} (v_1, v_2, v_3) \\ (i_1, i_2, i_3) \end{array} \right\} \text{ systèmes équilibrés}$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{V}_A - \bar{V}_B = n\bar{I}_1 - \mathfrak{R}\bar{\Phi}_1 \\ = n\bar{I}_2 - \mathfrak{R}\bar{\Phi}_2 \\ = n\bar{I}_3 - \mathfrak{R}\bar{\Phi}_3 \end{array} \right\} \Rightarrow n(\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3) - \mathfrak{R}(\bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_2 + \bar{\Phi}_3) = 0 \Rightarrow \bar{V}_A = \bar{V}_B$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n\bar{I}_1 = \mathfrak{R}\bar{\Phi}_1 \\ n\bar{I}_2 = \mathfrak{R}\bar{\Phi}_2 \\ n\bar{I}_3 = \mathfrak{R}\bar{\Phi}_3 \end{cases}$$

$$L = \frac{n\Phi_1}{I_1} = \frac{n^2}{\mathfrak{R}} = \frac{3}{2}L = L - M$$

REMARQUE: L'ordre de succession des phases n'intervient pas dans le raisonnement $\Rightarrow L$ est la même pour un système direct et un système inverse $\Rightarrow L_d = L_i = \frac{n^2}{\mathfrak{R}}$.

Système déséquilibré = système direct + système inverse + système homopolaire

$$\left. \begin{array}{l} \bar{V}_d \approx jL_d \omega \bar{I}_d \\ \bar{V}_i \approx jL_i \omega \bar{I}_i \end{array} \right\} L_d = L_i = \frac{n^2}{\mathfrak{R}}$$

$$\bar{V}_h \approx jL_h \omega \bar{I}_h \quad L_h \text{ inductance homopolaire}$$

I-3- Inductance homopolaire

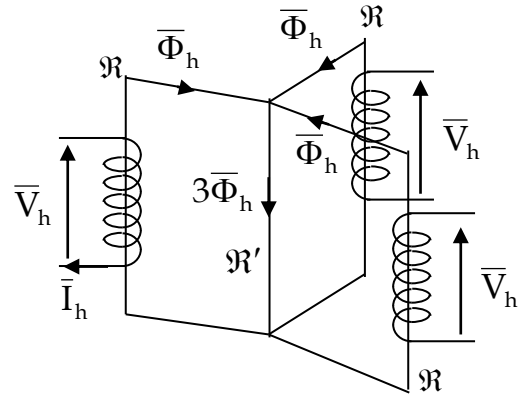
C'est l'inductance présentée par une phase lorsque la bobine est alimentée par un système homopolaire de tensions.

FLUX LIBRE:

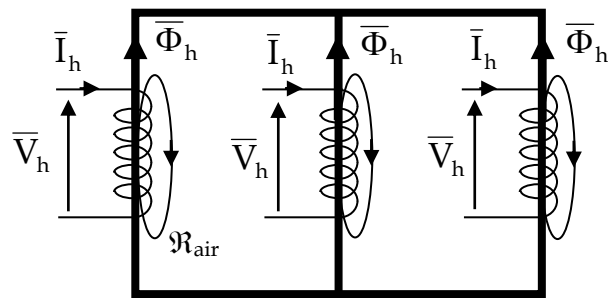
$$n\bar{I}_h = \mathfrak{R}\bar{\Phi}_h + 3\mathfrak{R}'\bar{\Phi}_h = (\mathfrak{R} + 3\mathfrak{R}')\bar{\Phi}_h$$

$$L_h = \frac{n\Phi_h}{I_h} = \frac{n^2}{\mathfrak{R} + 3\mathfrak{R}'} < L_d$$

(mais du même ordre de grandeur)



FLUX FORCE:



$\bar{\Phi}_h + \bar{\Phi}_h + \bar{\Phi}_h = 0 \Rightarrow \bar{\Phi}_h = 0$ le flux homopolaire ne peut pas circuler dans le circuit magnétique \Rightarrow le flux homopolaire est réduit au flux de fuite.

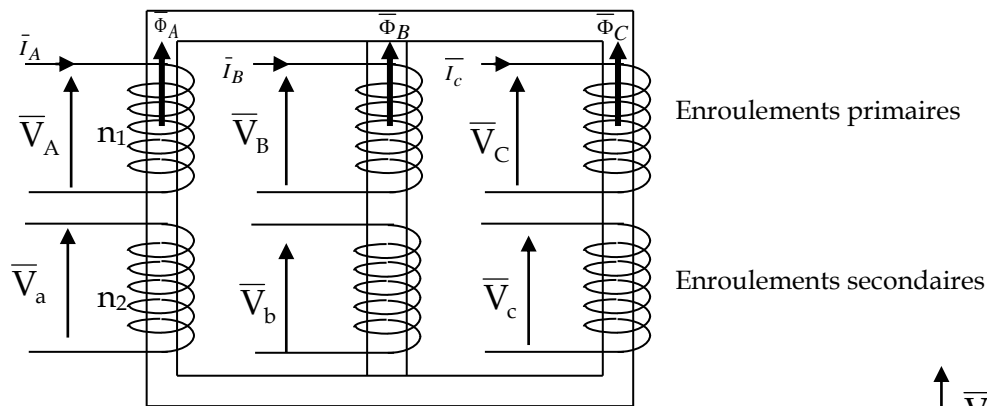
$$n\bar{I}_h = (\mathfrak{R} + \mathfrak{R}_{air})\bar{\Phi}_h \quad L_h = \frac{n^2}{\mathfrak{R} + \mathfrak{R}_{air}} \approx \frac{n^2}{\mathfrak{R}_{air}} \quad (\mathfrak{R}_{air} \gg \mathfrak{R})$$

$$\Rightarrow L_h \ll L_d$$

II- TRANSFORMATEUR TRIPHASÉ

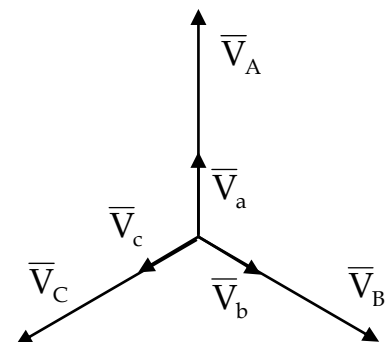
II-1- Constitution

Un transformateur est constitué de trois noyaux (minimum : cas de flux forcé), et sur chaque noyaux sont placés deux enroulements constituant le primaire et le secondaire de chaque phase du transformateur triphasé.



Pour chaque phase (ou chaque unité) on obtient :

$$\frac{\bar{V}_a}{\bar{V}_A} = \frac{n_2}{n_1}; \frac{\bar{V}_b}{\bar{V}_B} = \frac{n_2}{n_1}; \frac{\bar{V}_c}{\bar{V}_C} = \frac{n_2}{n_1}$$



A l'enroulement figurant sur chaque noyau (enroulement primaire) est associé un des enroulements secondaires. Les extrémités des bobines primaires sont repérées par des lettres majuscules A, B, C, celles des bobines secondaires par des lettres minuscules a, b, c.

SOIT LE 1^{IER} NOYAU: la tension \bar{V}_A crée les ampère tours $n_1 \bar{I}_A$ à l'origine du flux $\bar{\Phi}_A$. Aux bornes de la bobine secondaire apparaît, par conséquent, la tension \bar{V}_a avec les conventions de signes utilisées en monophasé: $\frac{\bar{V}_a}{\bar{V}_A} = \frac{n_2}{n_1}$. Il en est de même pour les noyaux 2 et 3. On

obtient un système de tension secondaire en phase avec le système des tensions primaires et dont le rapport des nombres de spires.

II-2- Couplage des enroulements

Les trois enroulements constituant le primaire (respectivement secondaire), peuvent être couplés en étoile, triangle ou en zig-zag (zig-zag pour les enroulements fractionnés en deux bobines).

Primaire: Y D Z

Secondaire: y d z

(Y ou y: étoile, D ou d: triangle, Z ou z: zigzag (suppose que l'enroulement est fractionné en deux parties égales))

Avec ces notations, on obtient :

COUPLAGES POSSIBLES:

Yy Yd Yz

Dy Dd Dz

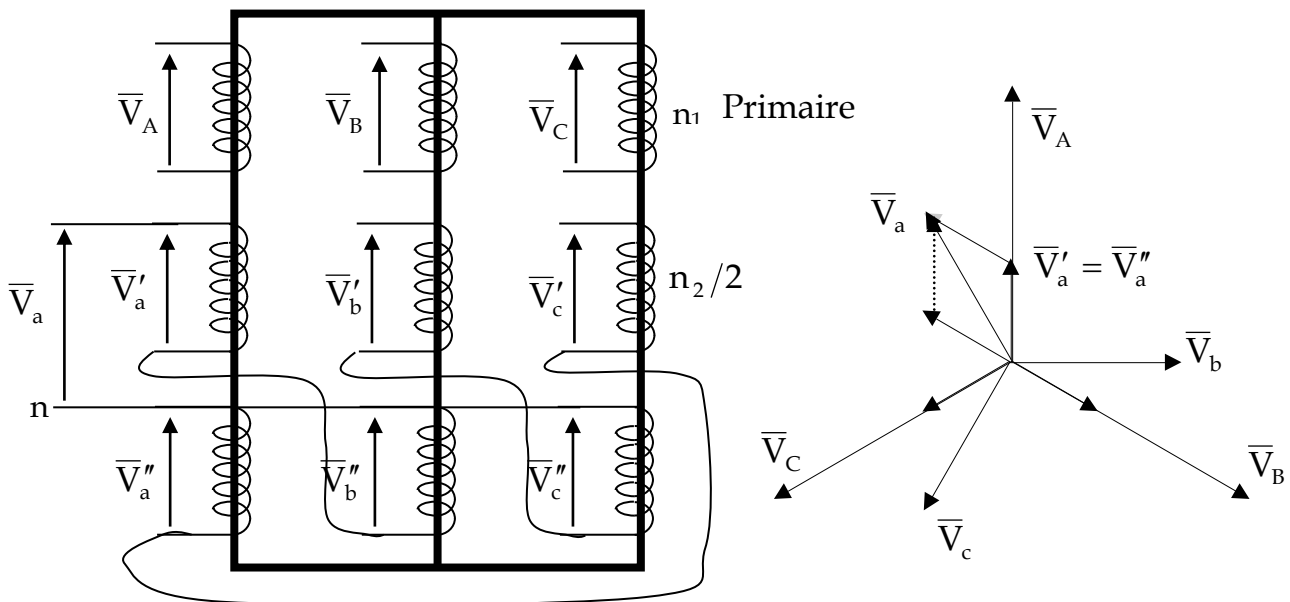
Zy Zd Zz.

COUPLAGES USUELS :

Yy Yd Yz

Dy Dd Zy

EXEMPLE: Yzn.



$$\bar{V}_a = \bar{V}'_a - \bar{V}''_b$$

$$\bar{V}_b = \bar{V}'_b - \bar{V}''_c$$

$$\bar{V}_c = \bar{V}'_c - \bar{V}''_a$$

$$V_a = 2V'_a \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}V'_a$$

on obtient :

$$\frac{2V'_a}{V_A} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{V_a}{V_A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{n_2}{n_1}$$

II-3- Choix des couplages

II-3-a- Influence des couplages sur le dimensionnement

FONCTIONNEMENT SOUS CONTRAINTES IDENTIQUES:

- Même induction $\rightarrow V$ proportionnelle au nombre de spires
- Même densité de courant $\rightarrow I$ proportionnelle à la section

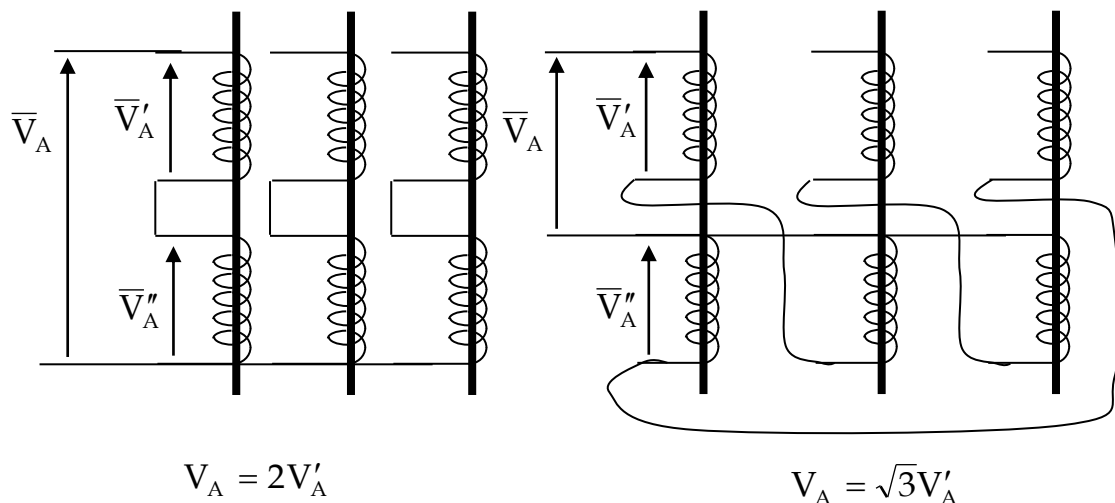
COMPARAISON DE Y ET D: Même tension entre phases U et même courant de ligne.

Pour une bobine, on a:

- $D \rightarrow U, \frac{I}{\sqrt{3}} \Rightarrow$ section $\frac{1}{\sqrt{3}}$ fois plus petite
- $Y \rightarrow \frac{U}{\sqrt{3}}, I \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}}$ fois de spires \Rightarrow même volume de cuivre.

COMPARAISON DE Y ET Z: Même tension entre phases U et même courant de ligne.

Dans les deux cas Y et Z, le courant de bobine est I.



Z doit avoir $\frac{2}{\sqrt{3}}$ fois plus de spires que Y

II-3-b- Critères de choix

DIMENSIONNEMENT DES ENROULEMENTS: Au très hautes tensions, il est préférable de choisir un montage Y, chaque bobine ne supportant que $\frac{U}{\sqrt{3}}$. Au très forts courants, il est préférable

de choisir un montage D, le courant par phase étant $\frac{I}{\sqrt{3}}$.

INCIDENCE DES DEFAUTS: Il faut éviter un couplage en D des sources de tension triphasées si on n'est pas sûr que la somme des sources reste toujours nulle, ou alors, il faut disposer de protections efficaces. Ce qui ne sera pas vérifié au secondaire d'un transformateur couplé en D lors d'un déséquilibre au primaire.

FONCTIONNEMENT EN DESEQUILIBRE: Il faut éviter les mêmes couplages au primaire et au secondaire pour limiter la transmission des déséquilibres des courants d'un côté à l'autre du transformateur.

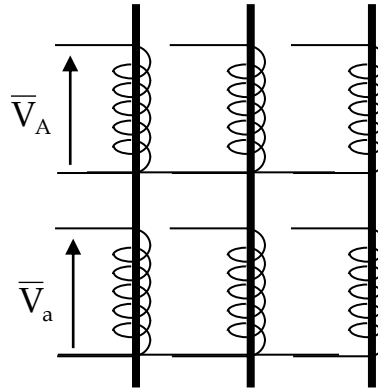
II-4- Rapport de transformation, indice horaire

II-4-a- Rapport de transformation

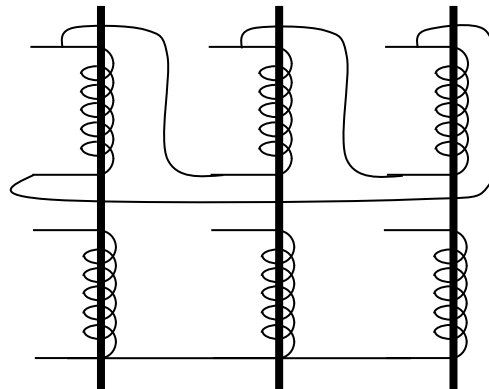
On appelle rapport de transformation d'un transformateur triphasé, le rapport des valeurs des tensions secondaire et primaire de même définition (toutes deux simples ou toutes deux composées) à vide :

$$m = \frac{V_{a0}}{V_{A0}} = \frac{U_{ab0}}{U_{AB0}}$$

$$\text{Yy: } m = \frac{V_{a0}}{V_{A0}} = \frac{n_2}{n_1}$$



$$\text{Dy: } m = \frac{U_{ab0}}{U_{AB0}} = \sqrt{3} \frac{n_2}{n_1}$$



$$\text{Yz: } m = \frac{V_{a0}}{V_{A0}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{n_2}{n_1}$$

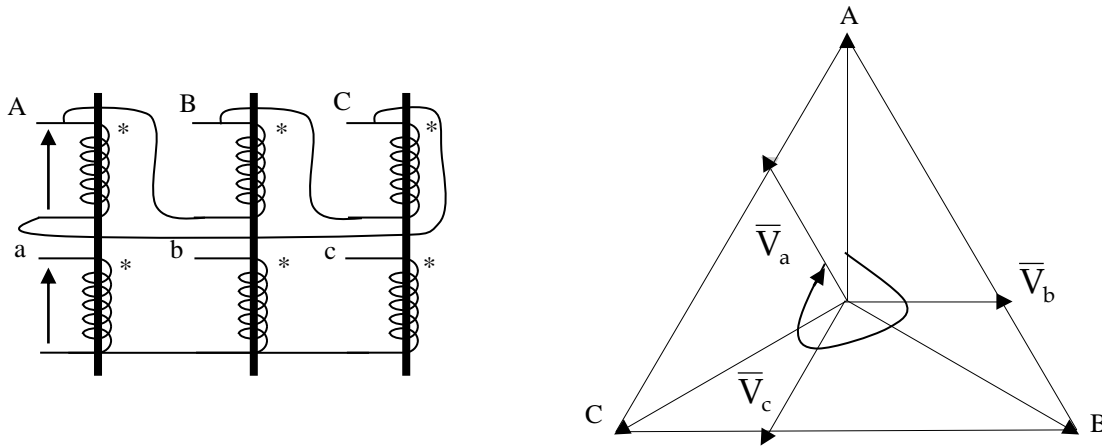
II-4-b- Indice horaire

Indique le déphasage entre les tensions simples correspondantes primaire et secondaire à vide: \bar{V}_{a0} / \bar{V}_A , \bar{V}_{b0} / \bar{V}_B , \bar{V}_{c0} / \bar{V}_C . Ce déphasage est toujours multiple de $\frac{\pi}{6}$.

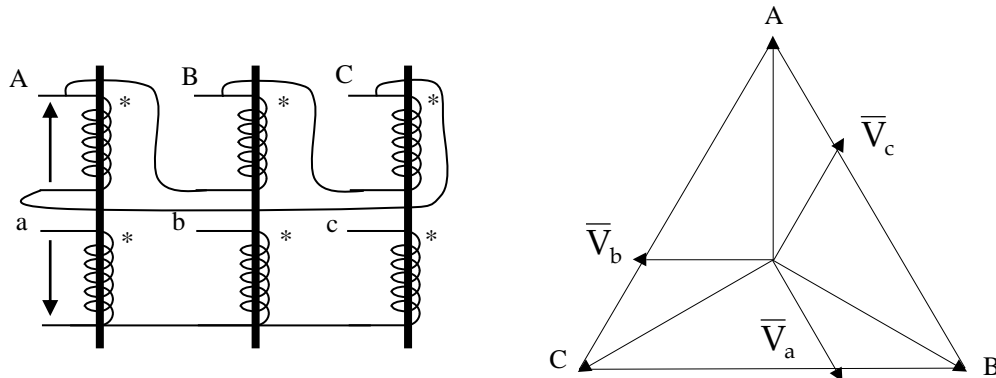
L'indice horaire est défini comme le rapport de ce déphasage par $\frac{\pi}{6}$, c'est un nombre entier $\theta = 0, 1, 2, \dots, 11$ dans le sens des aiguilles d'une montre.

EXEMPLES 1:

* les tensions (à vide) primaires et secondaires prises par rapport à ces repères sont en phase
On part de $\bar{V}_A \rightarrow \bar{V}_a$ dans le sens des aiguilles d'une montre.



L'indice horaire du transformateur est 11

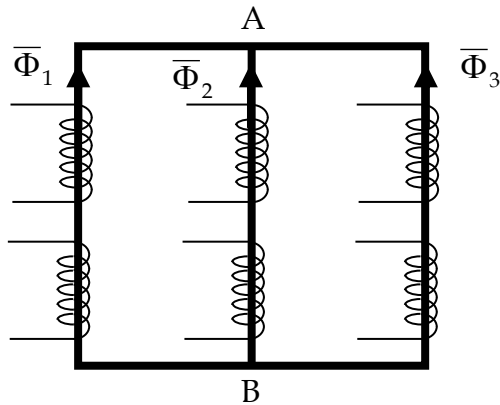


C'est un transformateur Dy5

Rapport de transformation et indice horaire pour quelques couplages usuels :

<p>Yd1, $\frac{n_2}{\sqrt{3} \cdot n_1}$</p>	<p>Dy11, $\frac{\sqrt{3} \cdot n_2}{n_1}$</p>	<p>Yy0, $\frac{n_2}{n_1}$</p>	<p>Yz11, $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{n_2}{n_1}$</p>
---	--	--	--

III- FONCTIONNEMENT EN REGIME EQUILIBRE



$\bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_2 + \bar{\Phi}_3 = 0 \rightarrow \xi_A - \xi_B = 0 \Rightarrow$ Chaque colonne est équivalente à une unité monophasée. Chaque unité monophasée ou chaque colonne est équivalente à un transformateur monophasé.

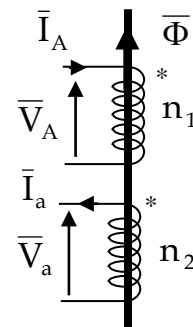
EQUATIONS D'UNE COLONNE:

Appliquons les conventions de signes d'un transformateur monophasé.

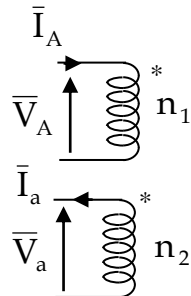
$$(\bar{V}_2 = \bar{V}_{20} - \bar{Z}_{t_2} \bar{I}_2; \bar{V}_{20} = -\frac{n_2}{n_1} \bar{V}_1)$$

$$-\bar{V}_a = -\bar{V}_{a0} - \bar{Z}_{t_2} (-\bar{I}_a)$$

$$\bar{V}_a = \bar{V}_{a0} - \bar{Z}_{t_2} \bar{I}_a; \bar{V}_{a0} = \frac{n_2}{n_1} \bar{V}_A$$



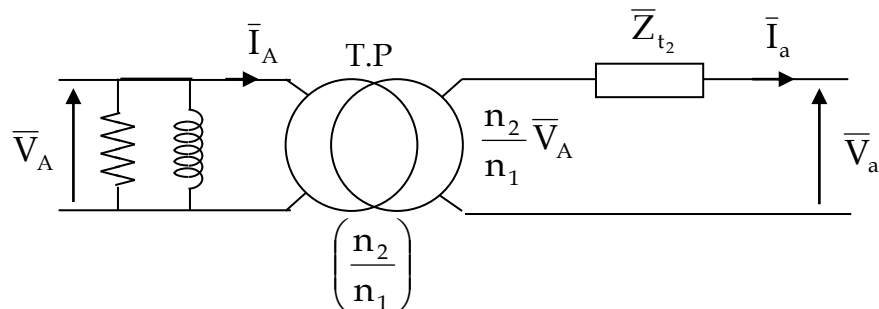
SCHEMA EQUIVALENTE:



$$\bar{V}_a = \bar{V}_{a0} - \bar{Z}_{t_2} \bar{I}_a$$

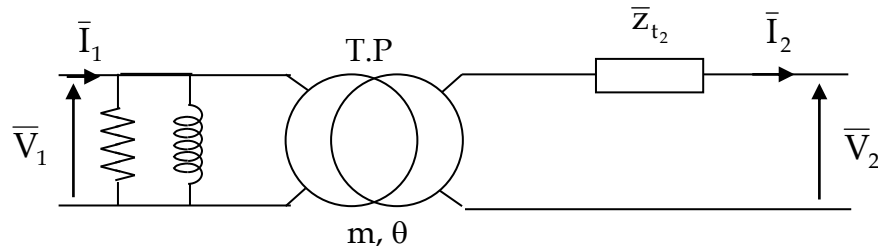
$$\bar{V}_{a0} = \frac{n_2}{n_1} \bar{V}_A$$

Le schéma équivalent d'une phase du transformateur est :



SCHEMA MONOPHASE EQUIVALENT GLOBAL:

Pour établir un schéma monophasé équivalent on considère: la tension simple et le courants de ligne.



Quelque soit le type de couplage, on ne considère que l'impédance équivalente \bar{Z}_{t_2} par phase (D: $z_{t_2} = \frac{Z_{t_2}}{\sqrt{3}}$, Y: $z_{t_2} = Z_{t_2}$).

VI- MARCHE EN PARALLELE DES TRANSFORMATEURS TRIPHASE

La marche en parallèle parfaite de plusieurs transformateurs est obtenue pour une charge totale quelconque si les diagrammes de tensions et courants sont superposables, ce qui exige des tensions de même amplitude et de même phase, des courants égaux en valeurs relative, et des chutes tension ohmiques et inductives égales.

Même dans le cas des transformateurs identiques fabriqués ensemble, les deux dernières conditions ne peuvent être rigoureusement respectées du fait des inévitables dispersions de fabrication. Pour des transformateurs de construction et de puissance différentes réalisés parfois à 10 ou 20 ans d'intervalle, les écarts peuvent être plus importants.

Une identité rigoureuse des caractéristiques n'est heureusement pas nécessaire pour autoriser une marche en parallèle satisfaisante.

Ainsi les normes internationales indiquent-elles avec les conditions requises, les tolérances admises. La norme U.T.E.C 52-100(annexe E) prescrit :

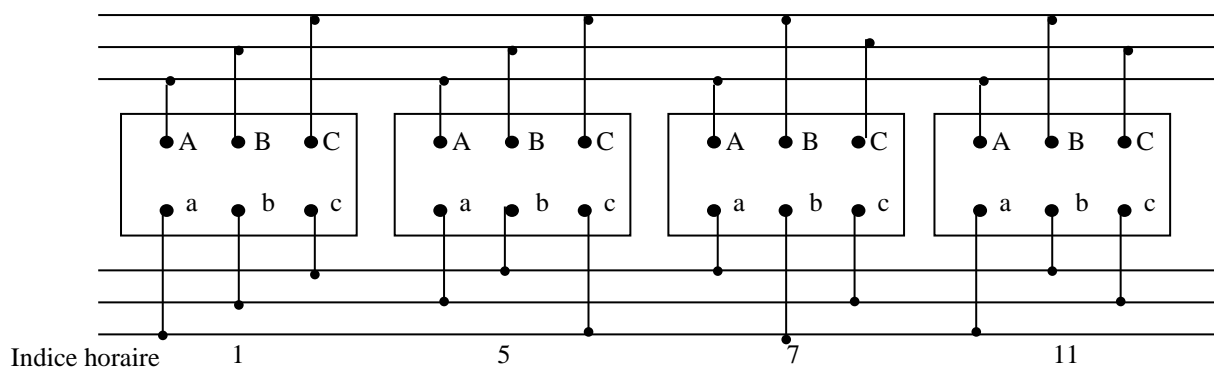
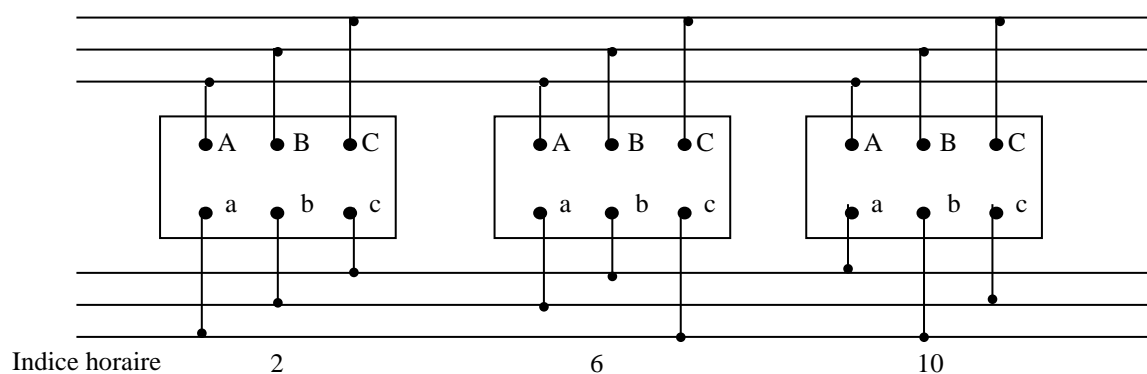
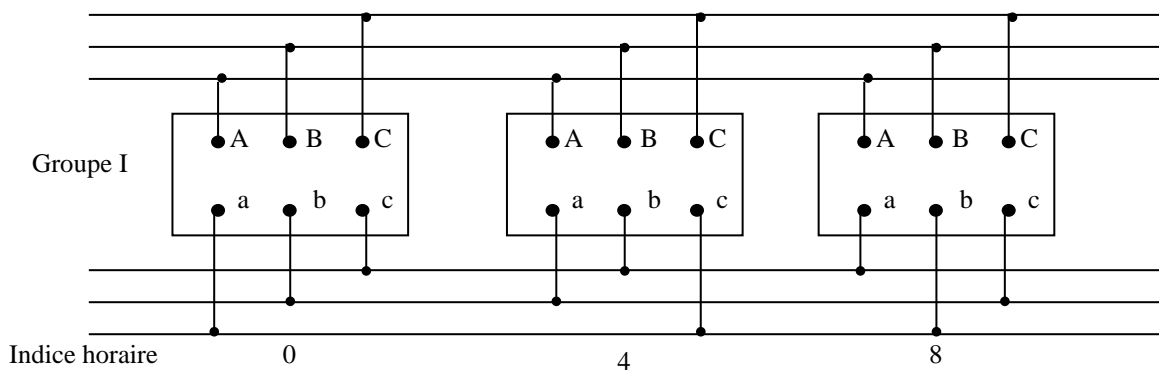
- Compatibilité de couplage.
- Egalité des rapports de transformation ($\pm 0.5 \%$ près)
- Egalité des tensions de court-circuit ($\pm 10 \%$ près)
- Garantie pour rapport de puissances entre 0.5 et 2 et pour la prise principale.

Il y a quatre groupes de couplage :

- | | |
|---|-------------------------|
| - groupe I : indices horaire 0, 4, 8 | (couplage : Yy, Dd, Dz) |
| - groupe II : indices horaire 6, 10, 12 | (couplage : Yy, Dd, Dz) |
| - groupe III : indices horaire 1, 5 | (couplage : Dy, Yz, Yd) |
| - groupe IV : indices horaire 7, 11 | (couplage : Dy, Yz, Yd) |

On ne peut coupler en parallèle que des transformateurs du même groupe ou appartenant à des groupes compatibles (les groupes compatibles sont les groupes III et IV)

les tableaux suivants montrent les possibilités de couplage et les schémas de réalisation pour des transformateurs d'indice horaire quelconque.



VI- PROTECTION DES TRANSFORMATEURS

Interface entre deux réseaux (moyenne et basse tension par exemple), le transformateur subit toutes les perturbations, aussi bien des réseaux situés en amont (coups de foudre, coupures de lignes...) qu'en aval.

Les variations de température ambiante ou de la charge peuvent provoquer un échauffement des enroulements susceptible de compromettre la durée de vie de l'appareil.

Les systèmes de protection sont :

- ❑ les appareils de protection contre les défauts situés en amont, généralement sur le réseau du distributeur d'énergie (parafoudres et limiteurs des surtensions).
- ❑ Les cellules de protection par fusibles ou par disjoncteur contre les courts-circuits et les surcharges.
- ❑ Les DGPT (détection gaz, température, pression) appareil spécifiques aux transformateurs immergés,, ils ont pour mission non seulement de signaler toute anomalie, mais aussi de donner l'alarme et de provoquer le déclenchement dès qu'ils détectent un dégagement gazeux ou une élévation de température anormale du diélectrique. (relais Buchholz)
- ❑ Les sondes PTC placées dans les enroulements BT des transformateurs Trihal. Elles détectent des seuils de température pour donner l'alarme et provoquer le déclenchement.

EXERCICE

Exercice 1:

Les essais d'un transformateur triphasé d'isolement Yy0 (six bornes accessibles) ont donné les résultats suivants :

- Essai à vide : $U_{10} = 380V$; $U_{20} = 400V$; $P_{10} = 72W$.
- Essai en court-circuit : $U_{1cc} = 19V$; $I_{2cc} = 4.5A$; $P_{1cc} = 81W$.

1- Calculer pour une colonne :

- La résistance ramenée au secondaire r_{t_2} .
- L'impédance ramenée au secondaire \bar{Z}_{t_2} .
- La réactance ramenée au secondaire x_{t_2} .

2- Le transformateur, alimenté au primaire sous 380V, débite sur un récepteur triphasé, symétrique, inductif, de facteur de puissance 0.8, un courant I_2 de 4.5A.

On demande :

2-1- La tension entre fils de ligne au secondaire.

2-2- Le rendement pour cette charge.

2-3- Pour quelle valeur efficace du courant débité, avec le même facteur de puissance secondaire, le rendement serait-il maximal ?

3- Le secondaire est maintenant chargé par trois résistances identiques $R = 180\Omega$ montées en triangle. La tension d'alimentation du primaire est toujours $U_1=380V$. quelles sont les valeurs efficaces du courant en ligne et de la tension entre fils de lignes secondaires ?

4- On couple en parallèle sur le transformateur précédent T_1 , un second transformateur T_2 , Yy0.

Un essai à vide de T_2 a donné $U_{10} = 380V$, $U_{20} = 400V$. la résistance et la réactance ramenées au secondaire et relatives à une phase sont respectivement pour ce transformateur T_2 : $r'_{t_2} = 2\Omega$; $x'_{t_2} = 3.3\Omega$.

4-1- L'ensemble débite sur un réseau équilibré de résistances. T_1 débite le courant $I'_2 = 4.5A$.

Quelle est la valeur efficace I''_2 du courant débité par T_2 ?

4-2- Quelle est, alors, la valeur efficace du courant total fourni à la charge par l'ensemble des deux transformateurs ? Que peut-on dire du facteur de puissance secondaire de chacun des transformateurs ?

4-3- Qu'aurait-il fallu faire pour rendre le couplage possible si l'indice horaire de T_2 était $N=4$?

Exercice 2

Soit un transformateur triphasé dont la plaque signalétique porte les indications suivantes :

Dy11; 50kVA; 22kV/380V; 50Hz.

On a effectué les essais de caractérisation pour ce transformateur dont les résultats sont comme suit :

- Essai à vide: $U_1 = 22000V$; $U_2 = 386V$; $P_{10} = 3000W$.
- Essai en court-circuit: $U_{1cc} = 1900V$; $I_{2cc} = 76A$; $P_{1cc} = 4300W$.

1- Donner le schéma monophasé équivalent du transformateur et calculer ses éléments.

2- Le transformateur alimente une charge triphasé constituée de trois impédances couplées en étoile dont la résistance et l'inductance par phase valent respectivement 10Ω et $10mH$.

2-1- Calculer le courant de ligne absorbé par cette installation.

2-2- Calculer la tension composée au secondaire.

- 2-3- En déduire les puissances au secondaire, au primaire et le rendement du transformateur.
- 3- On désire que l'installation précédente présente un facteur de puissance égal à 1, calculer alors la valeur des condensateur, couplés en triangle, à brancher en parallèle avec l'installation.

Exercice 3

Les essais d'un transformateur triphasé Dy11 ont donné :

- Essai à vide: $U_{10} = 380V$; $U_{20} = 400V$; $P_{10} = 72W$.
- Essai en court-circuit: $U_{1cc} = 19V$; $I_{2cc} = 4.5A$; $P_{1cc} = 81W$.

- 1) Calculer l'impédance ramenée au secondaire \bar{Z}_{t_2} pour une **colonne** :
- 2) Donner le *schéma monophasé équivalent du transformateur triphasé* ; Calculer ses éléments.
- 3) Le transformateur, alimenté au primaire sous 380V, débite sur un récepteur triphasé, symétrique, inductif, de facteur de puissance 0.8, un courant I_2 de 4.5A.

On demande :

- 4.1- La tension entre fils de ligne au secondaire.
- 4.2- Le rendement pour cette charge.
- 4) Le secondaire est maintenant chargé par trois résistances identiques $R = 180\Omega$ montées en triangle. La tension d'alimentation du primaire est toujours $U_1=380V$. quelles sont les valeurs efficaces du courant en ligne et de la tension entre fils de lignes secondaires ?
- 5) Parmi les transformateurs suivants : Yy0 ; Dy5 ; Yy6 ; Yz11
Lesquels peuvent être branches en parallèle avec T1 (on suppose que les conditions de mise en parallèle, autre que la compatibilité, sont remplies)
 - Donner le schéma de branchement.

Bibliographie

- J.-L. DALMASSO, *Cours d'électrotechnique*, 2^{er} vol : traitement de l'énergie électrique, (Collection DIA/BELIN)
- F. MILSANT , *Cours d'électrotechnique*, Machines électriques vol1 : transformateurs & Réseaux électriques, (collection ELIPSES).
- Guy SEGUIER, Francis NOTELET , *Electrotechnique industrielle*, (Collection Lavoisier Tech. & Doc.)
- Bernard HOCHART, *Le transformateur de puissance*, 2^{ème} édition (Collection Lavoisier Tech. & Doc.)
- André DUMAS, *Electrotechnique de puissance et Electrotechnique*, Problèmes corrigés de BTS, IUT, maîtrise EEA (collection ELLIPSES)
- CI TOUSSAINT et M LAVABRE, *Cours d'Electrotechnique* : (Collection DUNOD)
- J.-P.SIX et P. VANDEPLANQUE, *Exercices et problèmes d'Electrotechnique industrielle*, énoncés et solutions (Collection Tech. & Doc.)