

Examen Final Licence Energetique 3<sup>ème</sup> Année  
Module : mécanique des fluides 2

**Exercice 1**

Soit la fonction :  $\Phi(x, y) = x^2 - y^2$ .

1. Vérifier que cette fonction satisfasse aux conditions de continuité et d'irrotationnalité de l'écoulement.
2. Trouver la fonction des lignes de courants  $\psi$  correspondante.
3. Dessiner le réseau des lignes  $\psi = Cte$  et  $\Phi = Cte$ .

**Exercice 2**

Dans un écoulement laminaire d'un fluide sur une plaque mince et plate, on admet que le Profil des vitesses dans la couche limite répond à l'équation :

$$\frac{u}{U_{\infty}} = \frac{y}{\delta}$$

Avec :

$U_{\infty}$  : vitesse d'écoulement libre.

$u$  : vitesse à la distance  $y$  de la paroi.

$\delta$  : épaisseur de la couche limite.

1. Montrer que l'épaisseur de la couche limite à la sortie de la plaque est donnée par :

$$\delta = \frac{3,464 x}{R_{e_x}^{1/2}}$$

2. Déterminez les épaisseurs de déplacement  $\delta_I$ , quantité de mouvement  $\theta$ , les coefficients de frottement local  $C_f$  et moyen  $C_D$  ainsi que le facteur de forme  $H$ .

Examen Final Licence Energetique 3<sup>ème</sup> Année  
Module : mécanique des fluides 2

EX : 01 10/20

$$\phi(x, y) = x^2 - y^2$$

$$1) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = 2x \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = 2 \quad 1pt$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -2y \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial y} = -2 \quad 1pt$$

$$\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 2 - 2 = 0 \quad 0.5pt$$

- Condition de continuité est satisfaite.

$$\text{rot } \vec{v} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \Rightarrow \text{irrotationnel.} \quad 1pt$$

2) Fonction de ligne de courant

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 2x$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -2y$$

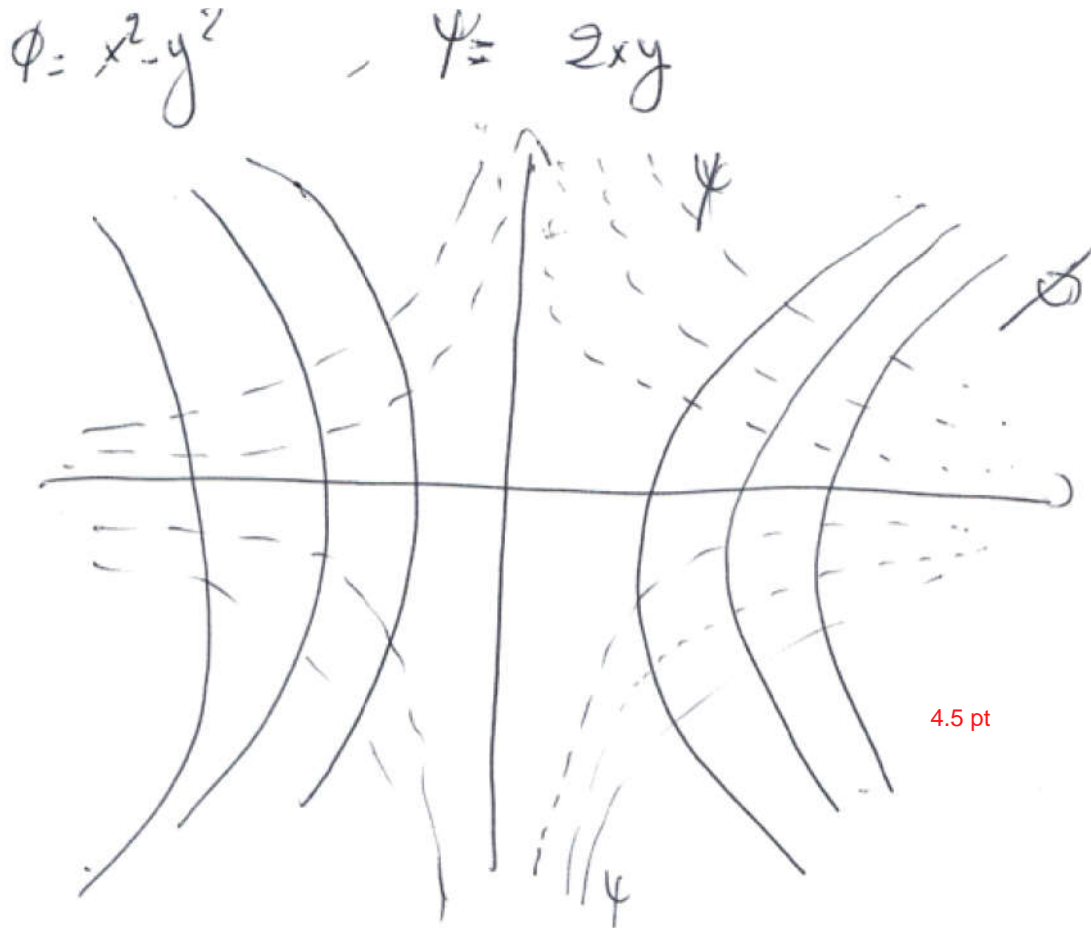
$$\Rightarrow 2x = \frac{\partial \psi}{\partial y} \Rightarrow \partial \psi = 2x \partial y$$

$$\Rightarrow \boxed{\psi = 2xy + f(x)} \quad 1pt$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -2y \cdot f'(x) = -2y \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow f(x) = \text{cte}$$

$$\boxed{\psi = 2xy} \quad 1pt$$

Examen Final Licence Energetique 3<sup>ème</sup> Année  
Module : mécanique des fluides 2



**Exercice2** 10/20

1. La loi de Newton donne :

$$\tau = \eta \frac{du}{dy} = \eta \frac{U_{\infty}}{\delta} \quad 0.5pt \quad (1)$$

Les épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement ont respectivement pour valeurs :

Examen Final Licence Energetique 3<sup>ème</sup> Année  
Module : mécanique des fluides 2

$$\delta_1 = \int_0^\delta \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) dy \Rightarrow \delta_1 = \frac{\delta}{2} \quad 1\text{pt}$$

$$\theta = \int_0^\delta \frac{y}{\delta} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right) dy \Rightarrow \theta = \frac{\delta}{6} \quad 1\text{pt}$$

On a aussi :

$$\begin{aligned} \tau &= \rho U_\infty^2 \frac{d\theta}{dx} \\ \tau &= \rho \frac{U_\infty^2}{6} \frac{d\delta}{dx} \quad 0.5\text{pt} \end{aligned} \quad (2)$$

(1) et (2) étant égales :

$$\begin{aligned} 2\delta \frac{d\delta}{dx} &= 12 \frac{v}{U_\infty} \\ &= \frac{d(\delta^2)}{dx} \\ \Rightarrow d(\delta^2) &= 12 \frac{v}{U_\infty} dx \\ \delta^2 &= 12 \frac{v}{U_\infty} x \end{aligned}$$

Condition aux limites :  $\delta = 0$  pour  $x = 0$ .

$$\text{D'où : } \delta = \frac{x \sqrt{12}}{R_{e_x}^{1/2}}$$

Ou encore :

$$\delta = \frac{3,464 x}{R_{e_x}^{1/2}} \quad 2\text{pt}$$

Examen Final Licence Energetique 3<sup>ème</sup> Année  
Module : mécanique des fluides 2

2. \*L'épaisseur de déplacement :

$$\delta_1 = \frac{1,732x}{R_{e_x}^{1/2}} \quad 1\text{pt}$$

\*L'épaisseur de quantité de mouvement :

$$\theta = \frac{0,577x}{R_{e_x}^{1/2}} \quad 1\text{pt}$$

\*Les coefficients de frottement local et moyen sont :

$$C_f = 2 \frac{d\theta}{dx} \Rightarrow$$
$$C_f = \frac{0,577}{R_{e_x}^{1/2}} \quad 1\text{pt}$$

et :

$$C_D = \frac{1}{L} \int_0^L C_f dx = \frac{2\theta}{L}$$
$$C_D = \frac{1,155}{R_{e_L}^{1/2}} \quad 1\text{pt}$$

facteur de forme :

$$H = \frac{\delta_1}{\theta} = \frac{1,732}{0,577} = 3,1 \quad 1\text{pt}$$