ثانوية وادي الماء 2011/2010

# امتحان الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

**السنة الثالثة علوم تجريبية** **ثلاث ساعات و 30 د**

## الموضوع الأول

**التمرين الأول :** ( 7 نقاط )

المستوي المركب مزود بمعلم م م $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. عين الجذرين التربيعيين للعدد المركب $18i$
2. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2+8i=0$
3. $A$ و $B$ نقطتان من المستوي المركب حيث $z_A=3+3i$ و $z_B=2-2i$

و ليكن التحويل $f$ الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث : $z'=z-5-i$

a. حدد طبيعة التحويل $f$

b. احسب $z_C$ و $z_D$ علما أن $C=f(B)$ و $D=f(A)$

c. تحقق أن $z_A+z_C=0$ و $z_B+z_D=0$

d. اكتب $z_A$ ، $z_B$ ، $z_C$ و $z_D$ على الشكل الأسي

e. عين $\arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_D-z_B}\right)$ ثم استنتج أن $\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BD}$

c. حدد طبيعة الرباعي $ABCD$

4. $G(z_G)$ مرجح الجملة $\{(A;1),(B;1),(C;1),(D;1)\}$

a. بين أن $G$ تنطبق على $O$

b. حدد الطبيعة و عناصر مجموعة النقط $M$ من المستوي المركب التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|=\frac{4AC}{\sqrt{2}}$

**التمرين الثاني :** ( 6 نقاط )

I. $(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم متعامد و متجانس

لتكن الدالة $f$ المعرفة على $[1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\sqrt{\frac{x+1}{2}}$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=x$.....(1)
2. فسر بيانيا حل المعادلة (1)
3. ارسم في نفس المعلم $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x$

II. $(u_n)$ متتالية عددية حقيقية معرفة بـ : $u_0=\frac{1}{2}$ و من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ $u_{n+1}=\sqrt{\frac{u_n+1}{2}}$

1. بدون حساب $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ و بالاستعانة بـ $(C_f)$ و $(\Delta)$ مثل بيانيا $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$
2. ما هو التخمين ( أي الفرضية ) الذي تقترحه لـ :
   - اتجاه تغير $(u_n)$
   - تقارب $(u_n)$
3. برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ فإن $0\le u_n\le 1$

4. بين أن $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(-2u_n-1)(u_n-1)}{2(u_{n+1}+u_n)}$

- استنتج اتجاه تغير $(u_n)$
- رتب حدود $(u_n)$
- ادرس تقارب $(u_n)$

**التمرين الثالث :** ( 7 نقاط )

الفضاء منسوب إلى م م م $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ لتكن النقط $A(1;3;5)$ ، $B(-5;-3;-1)$ و $C(2;2;-2)$
$I(-2;0;2)$ منتصف $[AB]$ ، $(\Delta)$ مستقيم في الفضاء معرف بـ :

$$\begin{cases} x=2+t \\ y=2+2t \\ z=-2+2t \end{cases} \qquad t\in\mathbb{R}$$

$(E)$ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ التي تحقق : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=9$

الطريقة الأولى

1. اكتب معادلة لـ $(E)$
2. حدد طبيعة و عناصر $(E)$
3. $(P)$ مستوي معادلته $x=0$ ، عين مجموعة النقط المشتركة بين $(P)$ و $(E)$
4. تحقق أن $C$ مشتركة بين $(\Delta)$ و $(E)$
5. بين أن $(\Delta)\perp(IC)$
6. ماذا تمثل $(\Delta)$ بالنسبة لـ $(E)$
7. عين المسافة بين $I$ و $(\Delta)$

الطريقة الثانية

1. احسب $IA^2$
2. $M$ نقطة من $(E)$ . أثبت أن $IM^2=9+IA^2$
3. حدد طبيعة و عناصر $(E)$
4. تحقق أن $C$ تنتمي إلى $(E)$
5. $(\pi)$ مستوي يشمل $I$ و عمودي على $\overrightarrow{IC}$ عين مجموعة النقط المشتركة بين $(\pi)$ و $(E)$

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول : ( 5 نقاط )

عين الإجابة الصحيحة و الإجابة الخاطئة مع التعليل فيما يلي :

1. المستوي الذي يشمل $O$ له معادلة من الشكل $ax+by+cz=0$
2. $A(\alpha;0;0)$ ، $B(0;\beta;0)$ و $C(0;0;\gamma)$ للمستوي $(ABC)$ معادلة من الشكل $\frac{x}{\alpha}+\frac{y}{\beta}+\frac{z}{\gamma}=1$
3. $(P_m)$ مستوي معادلته $mx+2y+(m-1)z+3=0$ و $(\Delta)$ مستقيم في الفضاء معرف بـ

$$\begin{cases} x=t \\ y=\frac{t}{2}-\frac{3}{2} \\ z=t \end{cases} \qquad t\in\mathbb{R}$$

المستقيم $(\Delta)$ يقطع المستوي $(P_m)$ في نقطة واحدة

4. $a$ ، $b$ و $c$ أعداد حقيقية غير معدومة ، $(\pi)$ مستوي معادلته $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ و $h$ المسافة بين المبدأ $O$ و $(\pi)$

$$\frac{1}{h^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$$

### التمرين الثاني : ( 7 نقاط )

المستوي المركب مزود بمعلم م م $(O;\vec{i};\vec{j})$

$z$ متغير مركب ، $P(z)$ كثير حدود معرف بـ $P(z)=z^3-1$

1. احسب $P(1)$
2. عين الأعداد الحقيقية $a$ ، $b$ و $c$ حتى يكون من أجل كل عدد مركب $z$ : $P(z)=(z-1)(az^2+bz+c)$
3. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$
4. $A$ ، $B$ و $C$ ثلاث نقط من المستوي المركب حيث $z_A=1$ و $z_B=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $z_C=-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$
   - $a$. اكتب $z_A$ ، $z_B$ و $z_C$ على الشكل الأسي
   - $b$. بين أن النقط $A$ ، $B$ و $C$ تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها
   - $c$. أثبت أن $ABC$ مثلث متقايس الأضلاع
   - $d$. عيم مركز و زاوية الدوران الذي يحول $A$ إلى $B$ و $B$ إلى $C$
5. $D$ في المستوي المركب حيث : $z_D=e^{-i\frac{\pi}{3}}$
   - $a$. عين $\arg\left(\frac{z_B}{z_D}\right)$
   - $b$. استنتج أن المبدأ $O$ هو منتصف $[BD]$
   - $c$. حدد طبيعة المثلث $ABD$

**التمرين الثالث :** ( 8 نقاط )

I . $(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم متعامد و متجانس

لتكن الدالة $f$ المعرفة على $]-3;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{7x+15}{2x+6}$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني

$(\Delta)$ مستقيم معادلته $y=x$

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=x$.....(1)
2. فسر بيانيا حلي المعادلة (1)
3. ارسم في نفس المعلم $(C_f)$ و $(\Delta)$

II . $(u_n)$ متتالية عددية حقيقية معرفة بـ : $u_0=-1$ و من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ : $u_{n+1}=f(u_n)$

1. بدون حساب $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ و بالاستعانة بـ $(C_f)$ و $(\Delta)$ مثل بيانيا $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$
2. ما هو التخمين ( أي الفرضية ) الذي تقترحه لـ :
   - اتجاه تغير $(u_n)$
   - تقارب $(u_n)$
3. برهن من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ فإن $u_n\neq-\dfrac{5}{2}$

III . $(v_n)$ متتالية عددية حقيقية معرفة بـ : $v_n=\dfrac{2u_n-6}{2u_n+5}$

1. أثبت أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب حساب أساسها $q$ و حدها الأول $v_0$
2. عبرعن $v_n$ ثم $u_n$ بدلالة $n$
3. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$
4. عبر عن المجموع $S_n=v_1+v_2+...+v_n$ بدلالة $n$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} S_n$

بـالتوفيق