

## **DECIMA LECCIÓN CONTROL AUTOMÁTICO**

**AGOSTO 23 DE 2013**

Un sistema de control con realimentación unitaria tiene una planta con una función de transferencia:

$$G(s) = K/(s(s + 5))$$

Se desea que el sobrenivel porcentual sea del 7.5% para una entrada escalón y que el tiempo de estabilización del sistema sea de 0.4 segundos. Además se requiere que la constante de error de velocidad del sistema sea mayor o igual a 20.

- a)** Diseñe un compensador adecuado de adelanto de fase usando el método del lugar geométrico de las raíces. (70 puntos).
- b)** Dibuje el lugar geométrico de las raíces del sistema compensado. (30 puntos)

## Solución:

Primero hay que hallar los valores de  $\zeta$  y  $\omega_n$  de acuerdo a los valores de tiempo de estabilización y sobre nivel porcentual.

$$G(s) = \frac{K}{s(s+5)}$$

$$T = 0.4 \quad ; \quad T = \frac{4}{\zeta \omega_n} \quad ; \quad SP = 7.5\% \quad ; \quad SP = 100 \frac{\frac{-\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}{\zeta \omega_n}$$

$$\zeta = 0.64 \quad ; \quad \omega_n = 15.62$$

$$s_{12} = -\zeta \omega_n \pm \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \quad ; \quad s_{12} = -10 \pm 12j$$

De acuerdo a las recomendaciones para la ubicación del cero y polo del compensador de adelanto, ubicamos el cero con un valor igual a la parte real de la raíz dominante deseada; esto es,  $z = -10$  y el polo debe ubicárselo sobre el eje real cumpliendo con el criterio de fase.

Criterio de fase:

$$\sum_i \theta_{zi} - \sum_j \theta_{pj} = \pm 180^\circ \rightarrow \theta_z - (\theta_{p1} + \theta_{p2} + \theta_{px}) = \pm 180^\circ$$

$$\sum_i \theta_{zi} - \sum_j \theta_{pj} = 90^\circ - \left( \left( 180^\circ - \tan^{-1} \left( \frac{12}{10} \right) \right) + \left( 180^\circ - \tan^{-1} \left( \frac{12}{5} \right) \right) + \theta_{px} \right) = \pm 180^\circ$$

$$\sum_i \theta_{zi} - \sum_j \theta_{pj} = -332.42^\circ$$

Con este valor despejamos  $x$  y encontramos el valor de la ubicación del polo

$$\theta_{px} = -332.42^\circ \rightarrow \tan \theta_{px} = \frac{12}{x} \rightarrow x = -22.98 \cong -23$$

$$p = x - 10$$

$$p = -23 - 10 = -33$$

El valor de  $K$  se lo puede hallar aplicando el criterio de magnitud.

$$G_c(s)GH(s) = \frac{K(s+10)}{s(s+5)(s+33)}$$

$$|G_c(s)GH(s)| = 1 \rightarrow \frac{|K||s+10|}{|s||s+5||s+33|} = 1 \rightarrow |K| = \frac{|s||s+5||s+33|}{|s+10|}$$

$$|K| = \frac{|s||s+5||s+33|}{|s+10|} = \frac{|15.62||13||25.94|}{|12|} = 438.98$$

El compensador final es

$$G_c(s)GH(s) = \frac{438.98(s+10)}{s(s+5)(s+33)}$$

Verificamos con el valor de la constante de velocidad requerido

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s [G_c(s)GH(s)] = 20$$

$$K = 26.60$$

```

clear,clc
SP=7.5; Ts=0.4; Kv=20;
C=log(0.01*SP)^2;
% Constante de
% amortiguación
Zeta=sqrt(C/(pi^2+C))
Wn=4/(Zeta*Ts);
% Raíces dominantes deseadas
R=Zeta*Wn;
l=Wn*sqrt(1-Zeta^2);
% Sistema sin compensación
GHsc=tf(1,[1 5 0])
rlocus(GHsc),figure

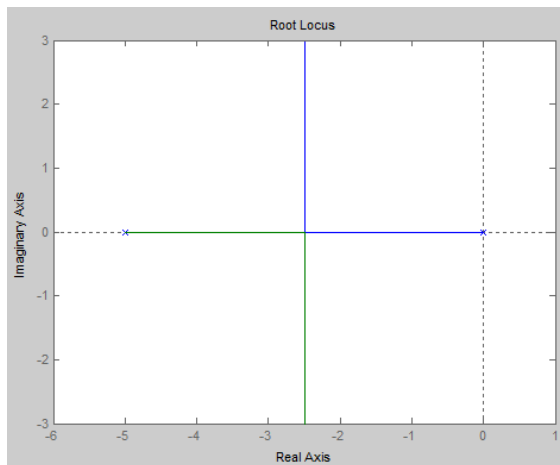
```

```

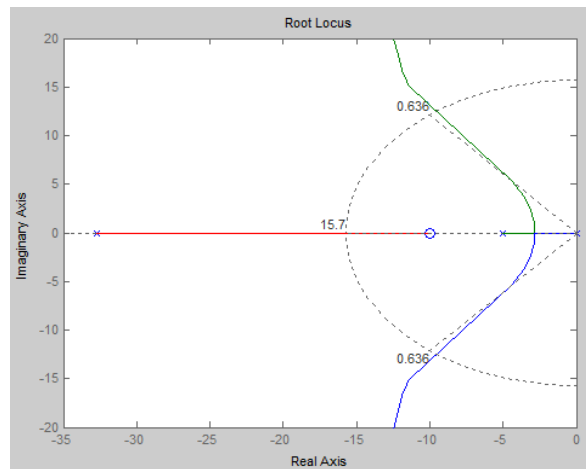
% Cálculo del compensador de adelanto
% Criterio del Angulo (rad.)
[THz,Rz]=cart2pol(0,l);
[THo,Ro]=cart2pol(-R,l);
[TH2,R2]=cart2pol(-5,l);
THp=THz-THo-TH2+pi;
p=R+l/tan(THp); z=R;
Gcp=tf([1 z],[1 p])
% Sistema con compensación
GHcc=series(Gcp,GHsc)
rlocus(GHcc)
grid,sgrid(Zeta,Wn)
% Cálculo de K aplicando el
% Criterio de Magnitud
K=Ro*R2*(l/sin(THp))/Rz
% Constante de error de velocidad
Kv=2*K/p

```

Sin compensación



Con compensador de Adelanto de Fase



Zeta = 0.6362

Transfer function:  
1

-----  
s<sup>2</sup> + 5 s  
Transfer function:  
s + 10  
-----

s + 32.72  
Transfer function:  
s + 10  
-----

s<sup>3</sup> + 37.72 s<sup>2</sup> + 163.6 s  
K = 437.9601  
Kv = 26.7669