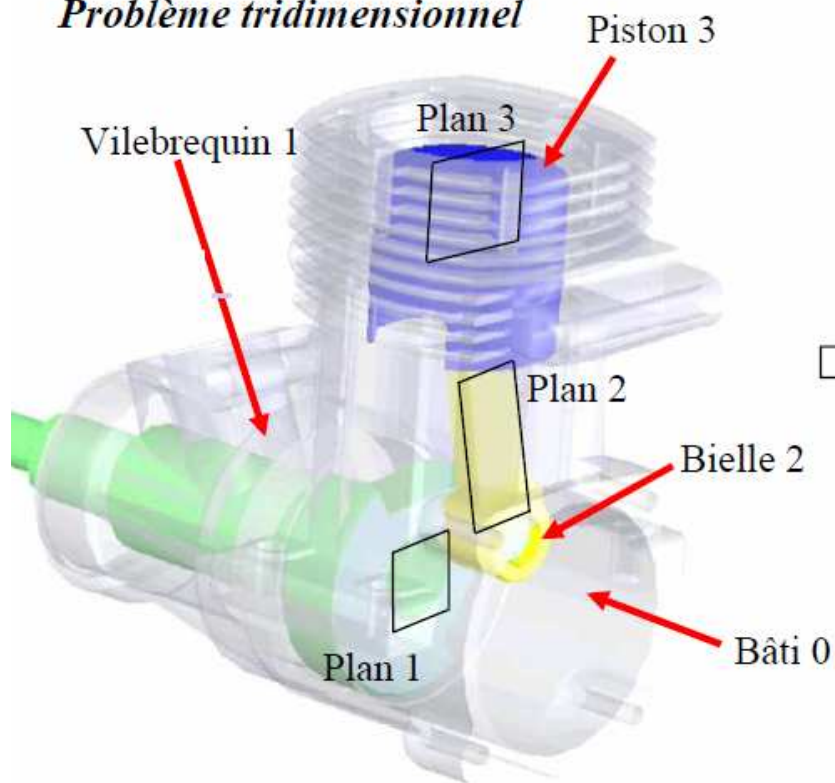
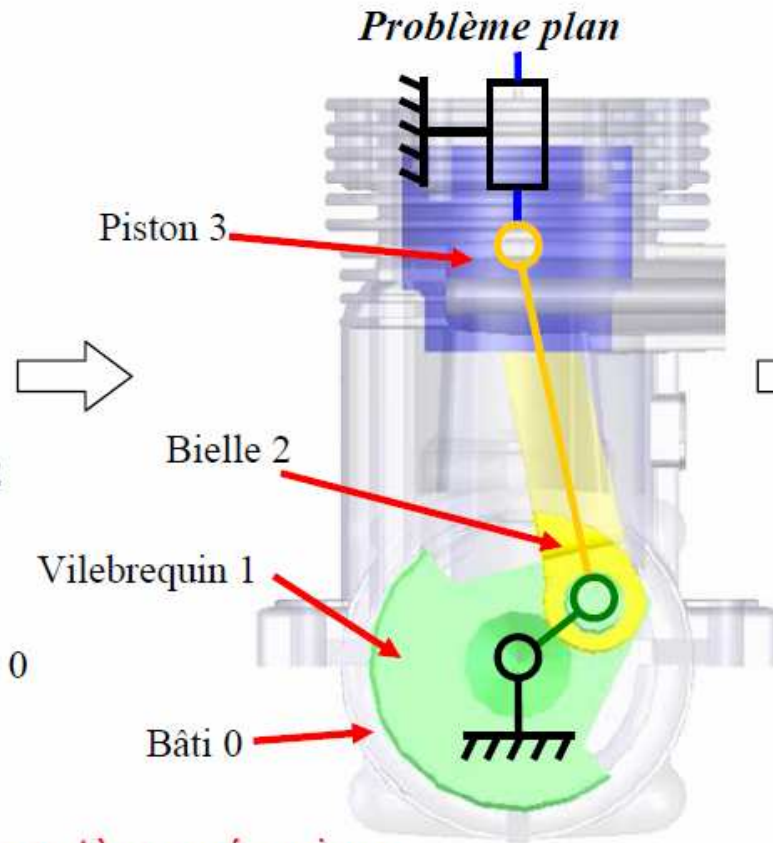


Cinématique graphique-Mouvement plan/plan

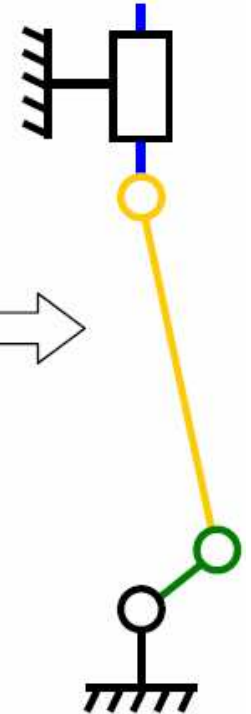
Problème tridimensionnel



Problème plan



Modèle



Exemple de système mécanique
MOTEUR DE MODELE REDUIT

Introduction

De nombreux mécanismes présentent un **cas particulier de mouvement** : c'est le **mouvement plan sur plan**. Cette particularité permet d'utiliser des propriétés originales afin de déterminer rapidement la cinématique de ces mouvements : ce sont les **méthodes de résolution graphiques**. Ce cours est donc consacré à l'étude de ce cas particulier et aux deux méthodes graphiques associées (**équiprojectivité et CIR**).

1. Mouvement plan sur plan

2. Equiprojectivité

3. Méthode de résolution graphique par
équiprojectivité

4. Centre instantané de rotation (CIR)

5. Méthode de résolution graphique par utilisation
du CIR

6. Théorème des 3 CIR

1. Mouvement plan sur plan

- ➡ Les **vecteurs vitesse** de tous les points de S en mouvement par rapport au repère R0 **restent parallèles au plan P**.
- ➡ Le **vecteur instantané de rotation** de S par rapport à R0 est constamment **colinéaire à la normale au plan** du mouvement.
- ➡ Le paramétrage du solide (S) par rapport au repère R0 ne nécessite que **3 paramètres : 2 translations dans le plan et 1 rotation d'axe perpendiculaire au plan**.

$$\{C_{S/R_0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega_{S/R_0}} \\ \overrightarrow{V_{M, S/R_0}} \end{array} \right\}_M = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & v_x \\ 0 & v_y \\ \Omega_z & 0 \end{array} \right\}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

1. Mouvement plan sur plan

2. Equiprojectivité

3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

4. Centre instantané de rotation (CIR)

5. Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR

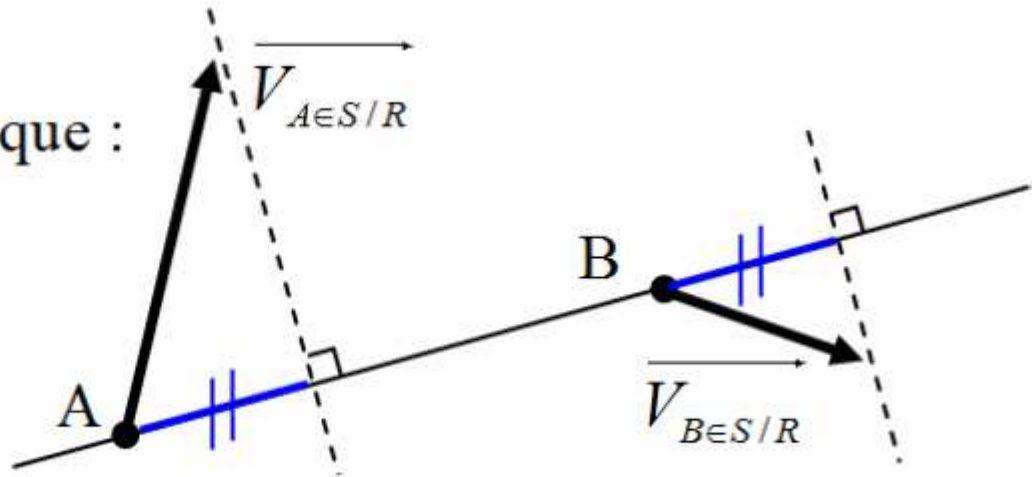
6. Théorème des 3 CIR

2. Equiprojectivité

Définition : Le champ des vecteurs vitesse d'un solide indéformable S en mouvement par rapport à un repère R est équiprojectif, c'est-à-dire :

$$\forall A \in S \text{ et } \forall B \in S \rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{V_{A \in S / R}} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{V_{B \in S / R}}$$

Interprétation graphique :



1. Mouvement plan sur plan

2. Equiprojectivité

**3. Méthode de résolution graphique par
équiprojectivité**

4. Centre instantané de rotation (CIR)

5. Méthode de résolution graphique par utilisation
du CIR

6. Théorème des 3 CIR

3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

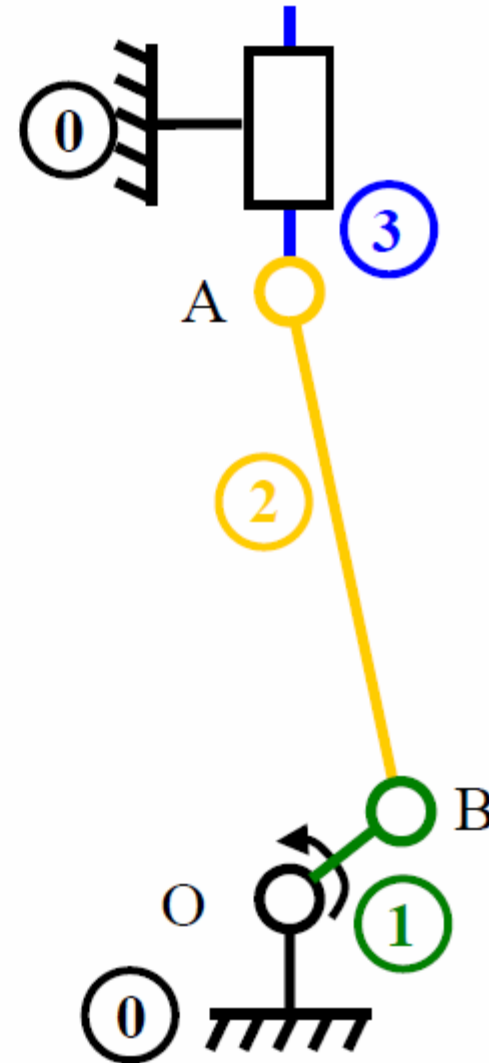
Exemple du micromoteur

Données d'entrées :

- Vitesse de rotation de la manivelle par rapport au bâti 0 (1000 tr/min)
- Rayon $OB=3\text{cm}$
- Echelle des vitesses de 1cm pour 1m/s.

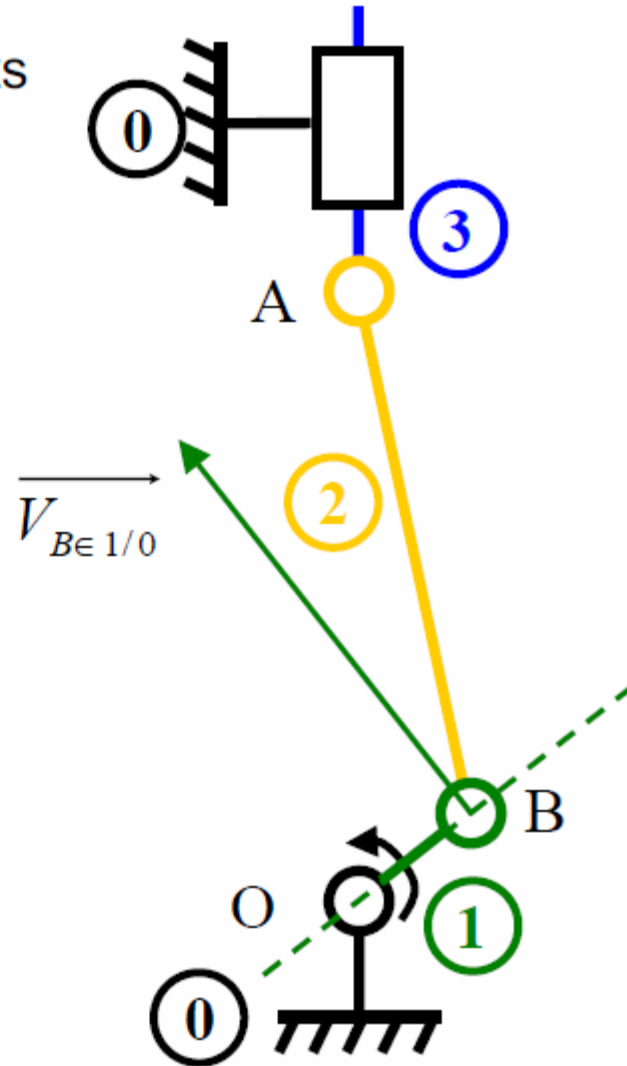
Objectif :

- Déterminer la vitesse de sortie du piston 3 par rapport au bâti 0.



3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

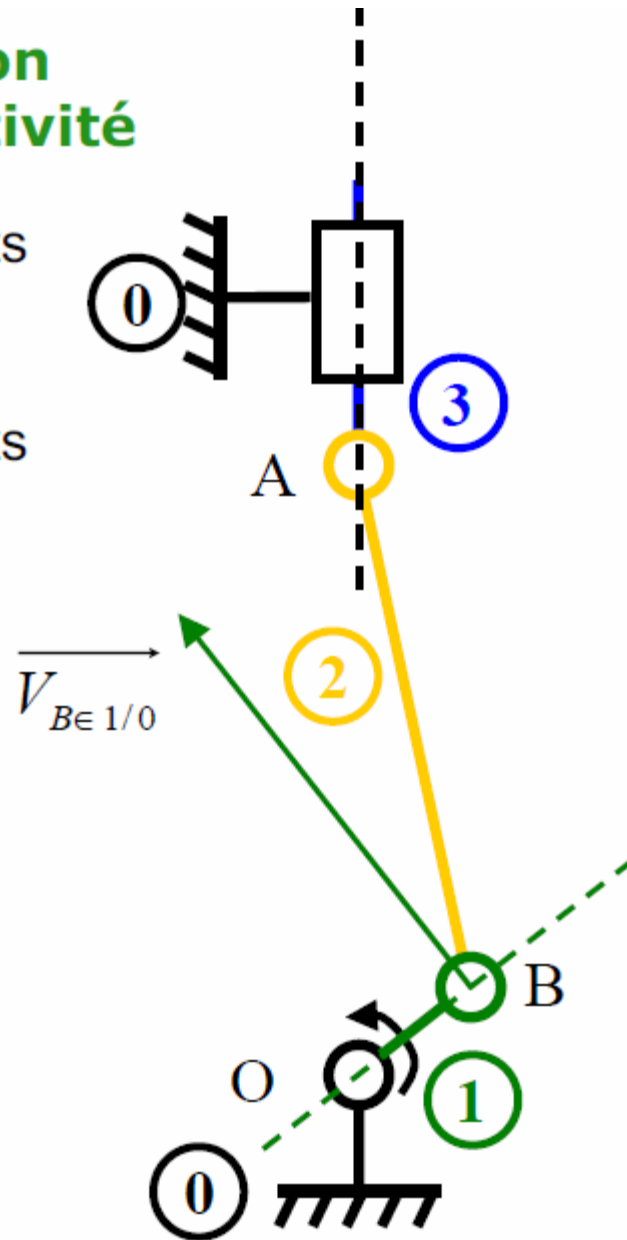
Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrées).



3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrées).

Etape 2. Définition des mouvements partiellement connus (sorties).

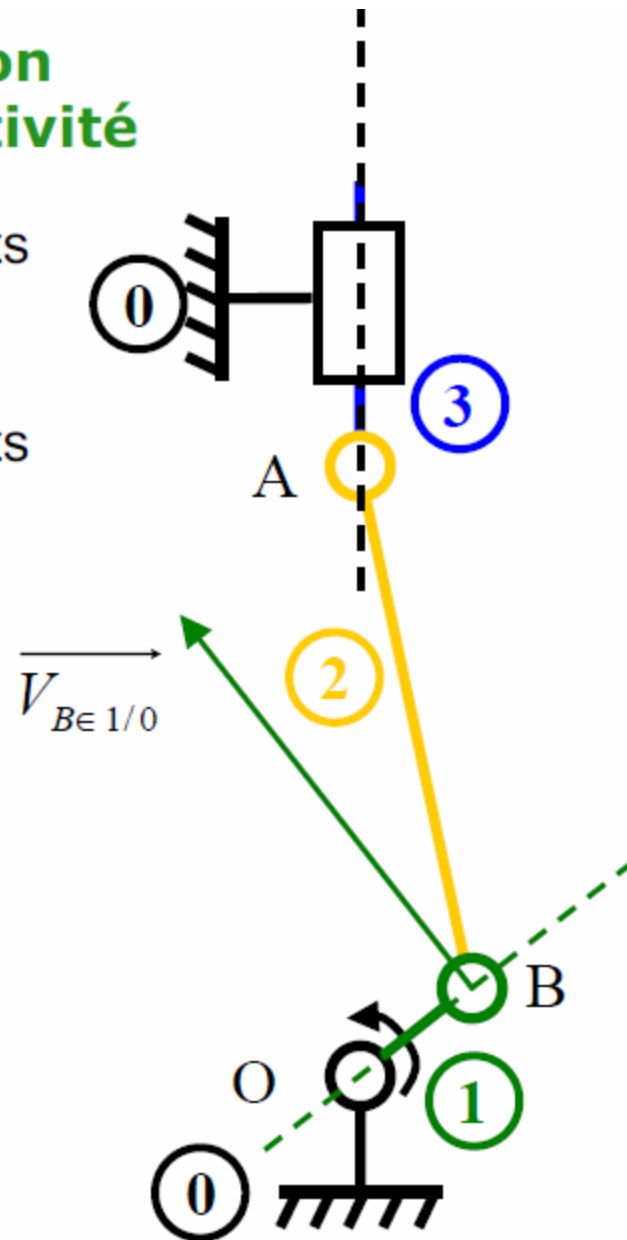


3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrées).

Etape 2. Définition des mouvements partiellement connus (sorties).

Etape 3. Progression de solide en solide.



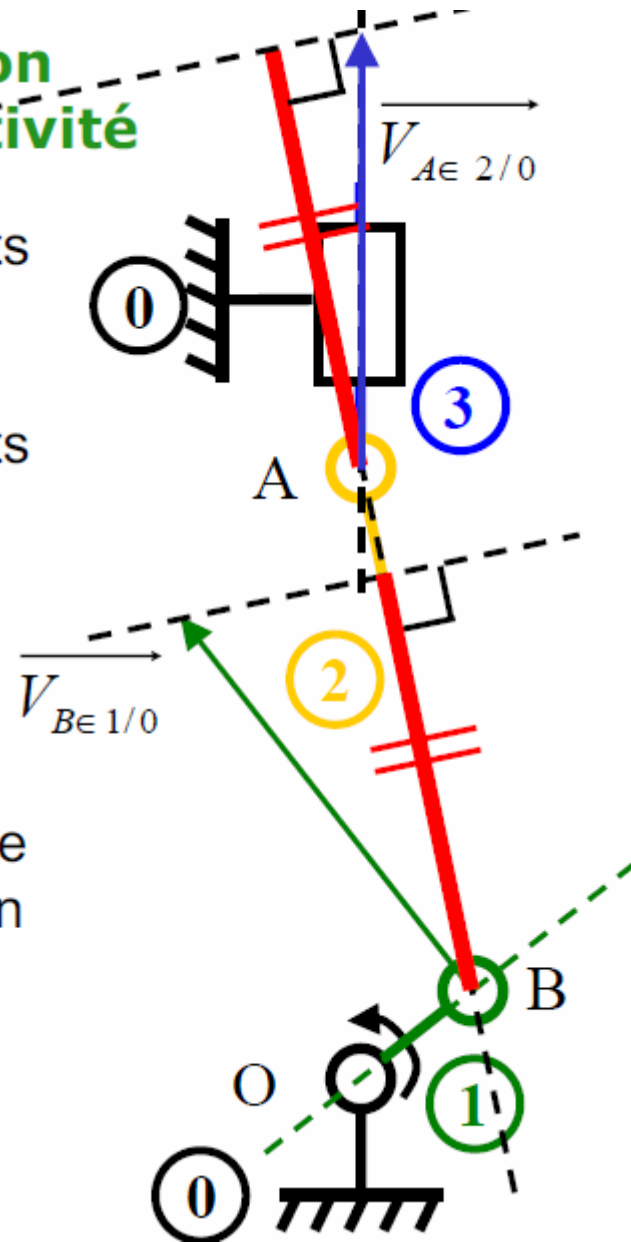
3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrées).

Etape 2. Définition des mouvements partiellement connus (sorties).

Etape 3. Progression de solide en solide.

Etape 4. Ecriture de la relation entre les vitesses de deux points liés à un même solide.



3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité

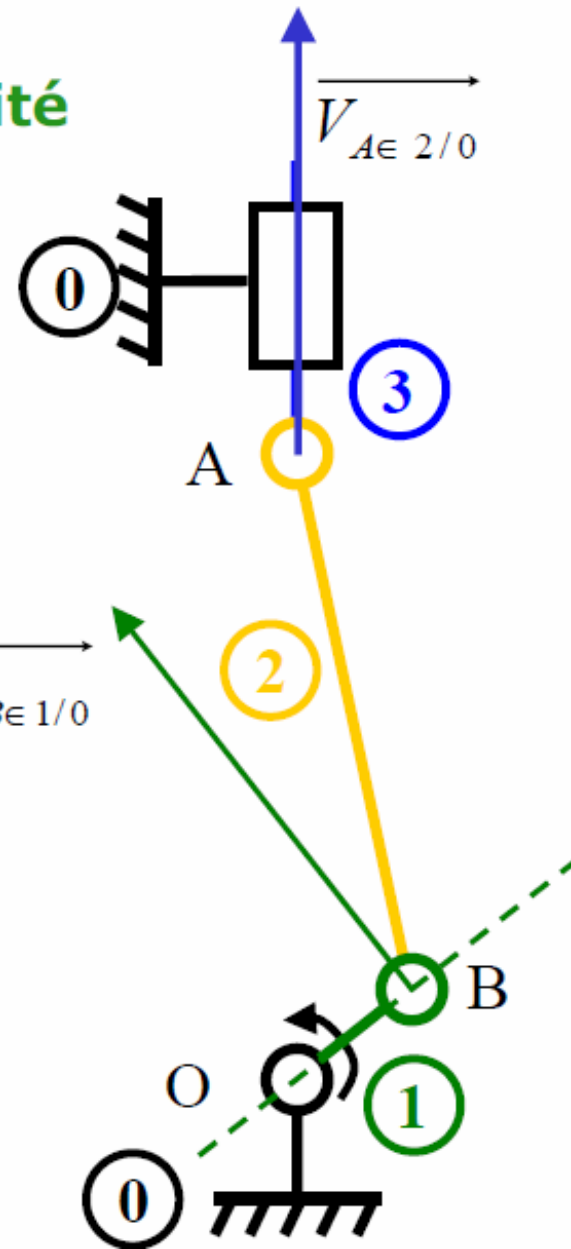
Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrées).

Etape 2. Définition des mouvements partiellement connus (sorties).

Etape 3. Progression de solide en solide. $\overrightarrow{V_{B \in 1/0}}$

Etape 4. Ecriture de la relation entre les vitesses de deux points liés à un même solide.

Etape 5. Mesure de la vitesse en sortie.

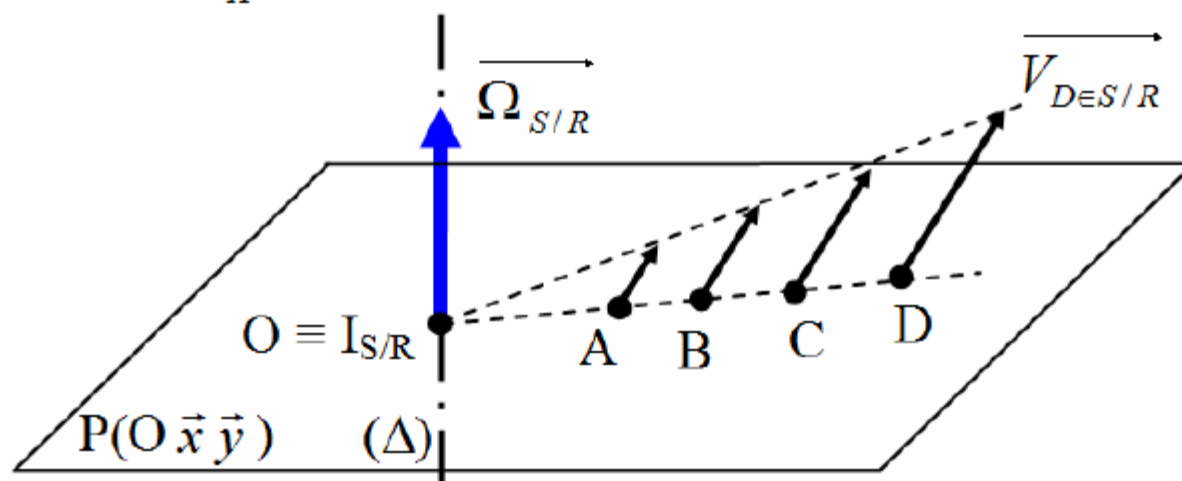


1. Mouvement plan sur plan
2. Equiprojectivité
3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité
- 4. Centre instantané de rotation (CIR)**
5. Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR
6. Théorème des 3 CIR

4. Centre instantané de rotation (CIR)

Soit un solide S en mouvement plan sur plan dans P par rapport au repère R tel que :

$$\{C_{S/R}\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{V_{A \in S/R}} \neq \vec{0} \end{array} \right\} \text{ avec } \overrightarrow{\Omega_{S/R}} \cdot \overrightarrow{V_{A \in S/R}} = 0 .$$



Dans ce cas le **torseur** est un **glisseur** et qu'il admet un **axe instantané de rotation** (Δ) parallèle à $\overrightarrow{\Omega_{S/R}}$

4. Centre instantané de rotation (CIR)

Le CIR n'existe pas si le solide est en translation. Dans ce cas, il peut être considéré comme étant à l'infini.

Pour un mouvement de rotation plane, le CIR est confondu avec le centre de la rotation (il ne bouge pas)

A l'instant $t + \Delta t$ le CIR peut être différent (d'où le nom instantané).

Si on considère le mouvement d'un solide S par rapport à un repère R, on appelle :

Base : la trajectoire du CIR IS/R par rapport à R.

Roulante : la trajectoire du CIR IS/R par rapport au solide S. ([Animation flash](#))

1. Mouvement plan sur plan
2. Equiprojectivité
3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité
4. Centre instantané de rotation (CIR)
- 5. Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR**
6. Théorème des 3 CIR

5. Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR

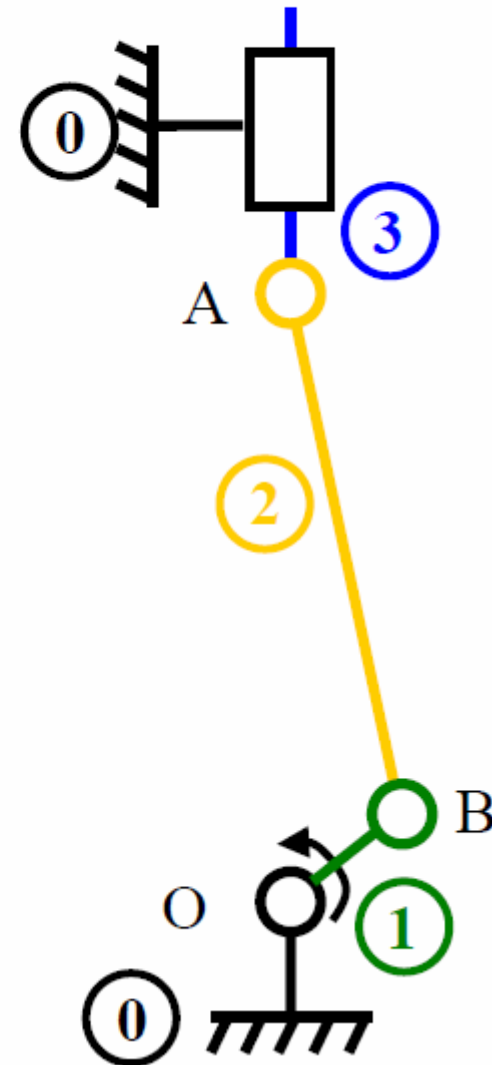
Exemple du micromoteur

Données d'entrées :

- Vitesse de rotation de la manivelle par rapport au bâti 0 (1000 tr/min)
- Rayon $OB=3\text{cm}$
- Echelle des vitesses de 1cm pour 1m/s.

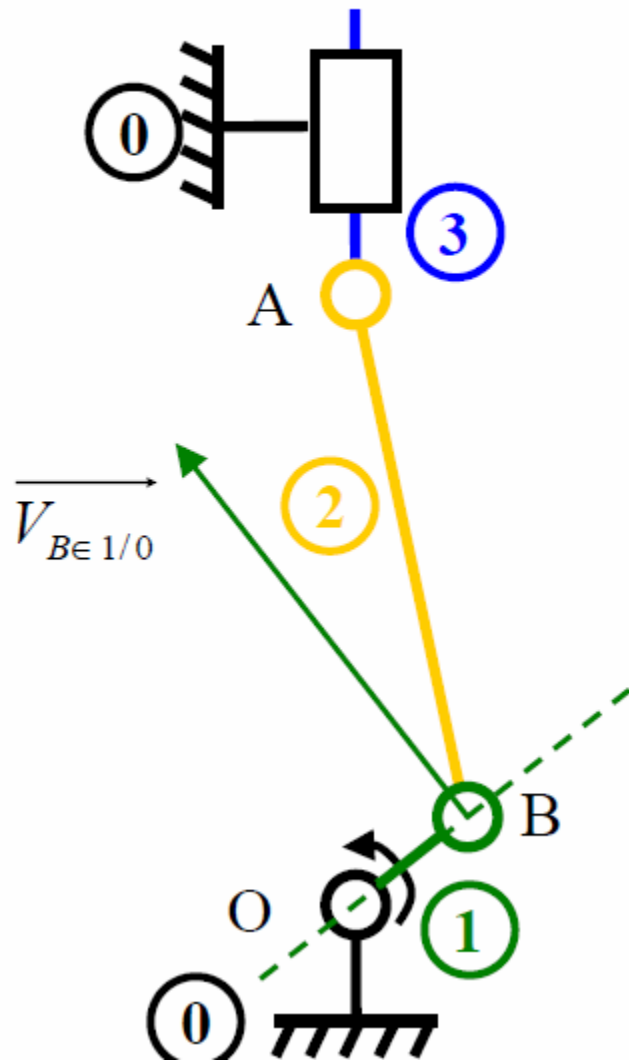
Objectif :

- Déterminer la vitesse de sortie du piston 3 par rapport au bâti 0.



5. Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR

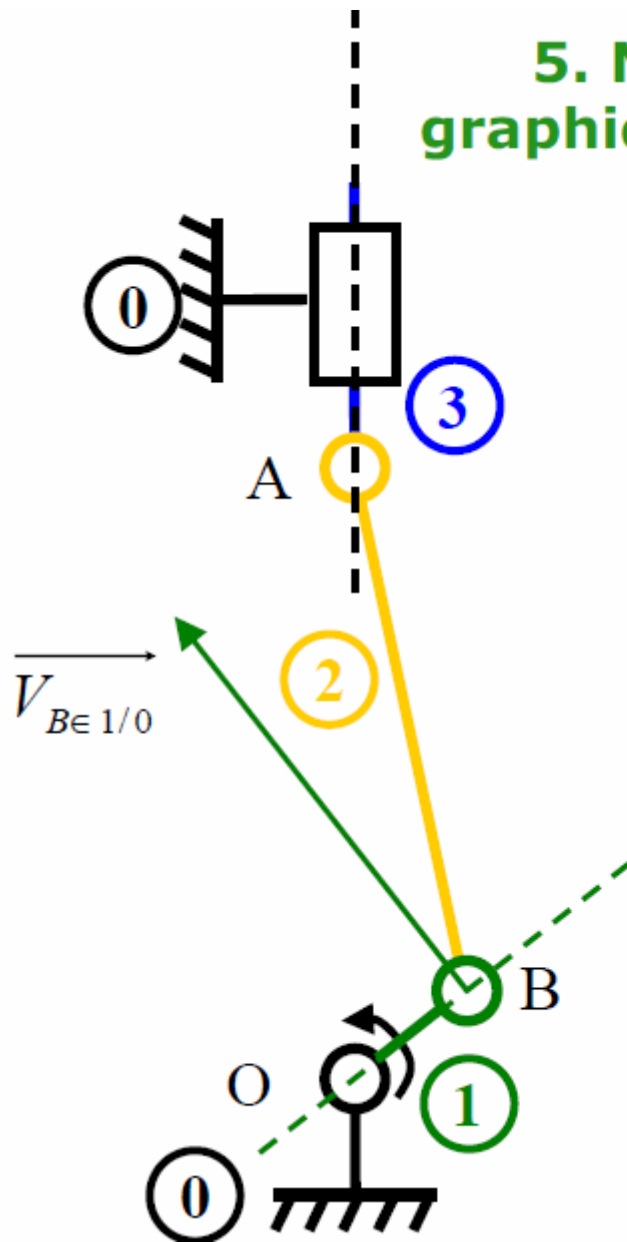
Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrées).



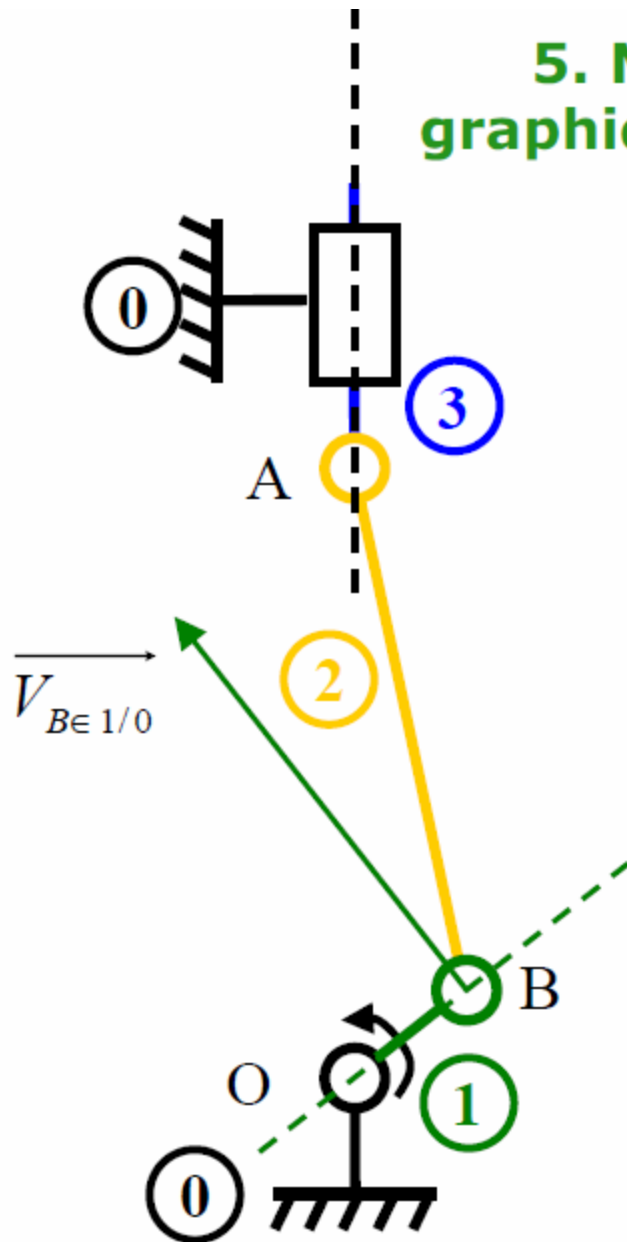
5. Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR

Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrées).

Etape 2. Définition des mouvements partiellement connus (sorties).



5. Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR



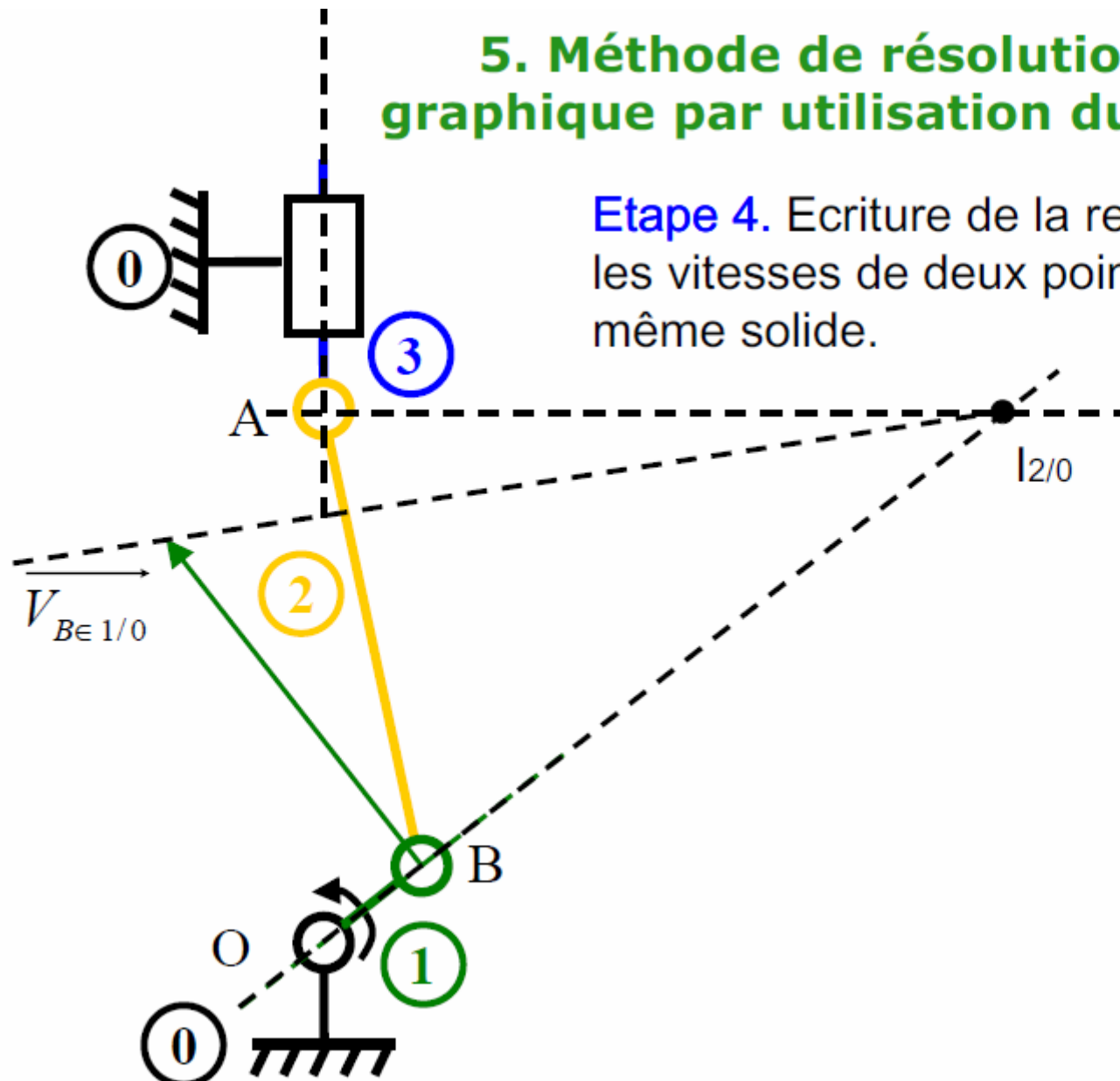
Etape 1. Définition des mouvements entièrement connus (entrées).

Etape 2. Définition des mouvements partiellement connus (sorties).

Etape 3. Progression de solide en solide.

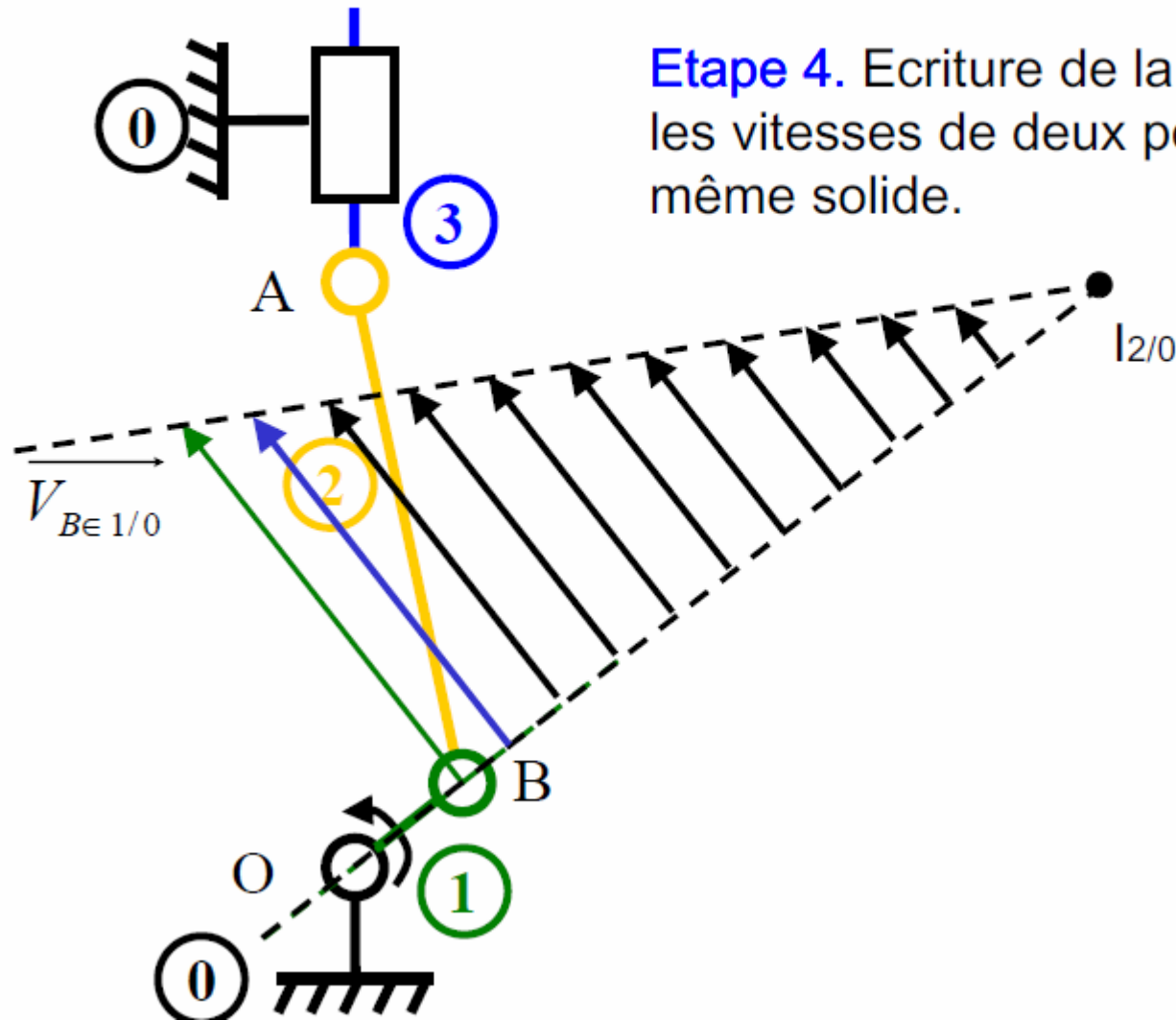
5. Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR

Etape 4. Ecriture de la relation entre les vitesses de deux points liés à un même solide.



5. Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR

Etape 4. Ecriture de la relation entre
les vitesses de deux points liés à un
même solide.

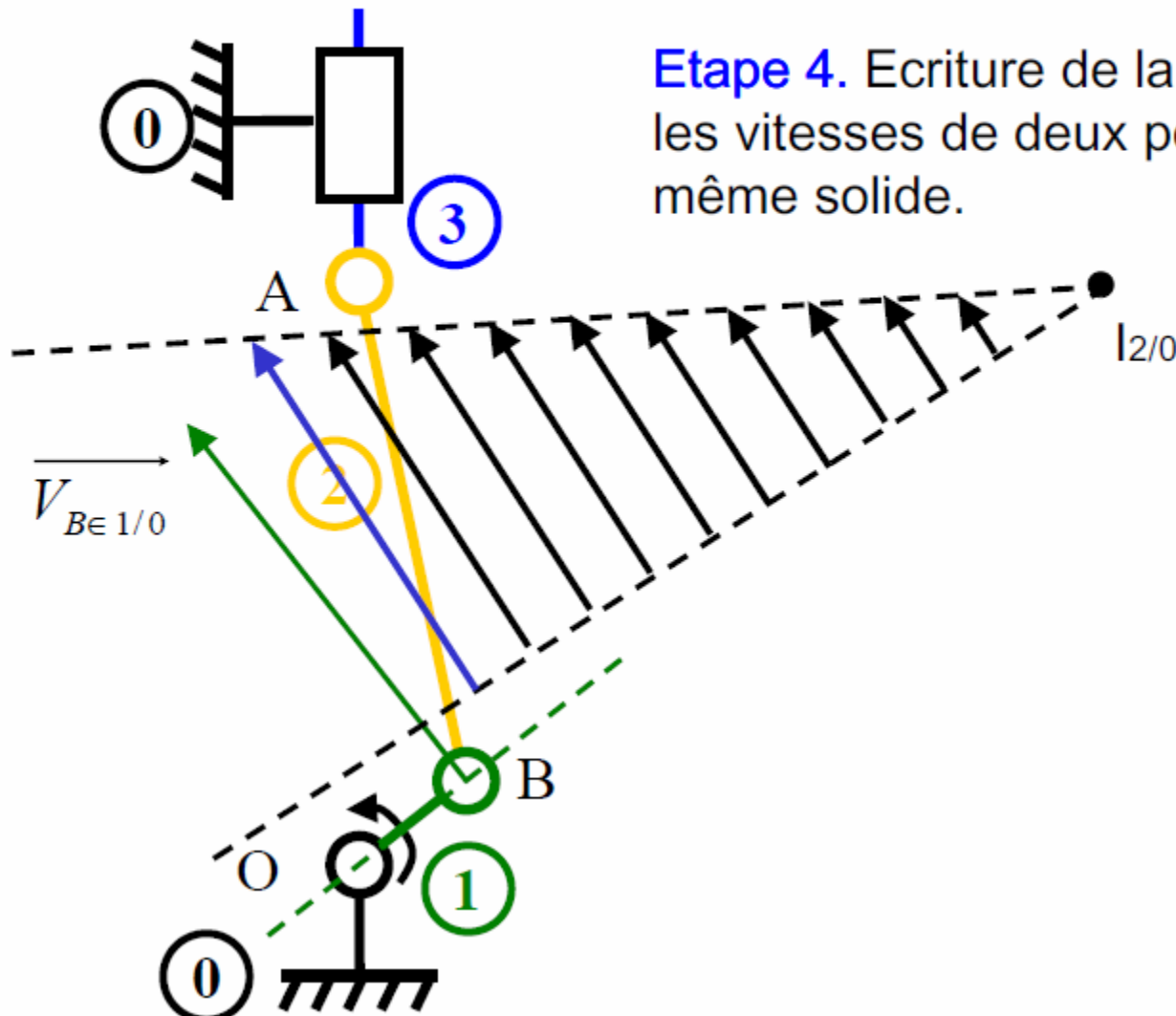


5. Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR

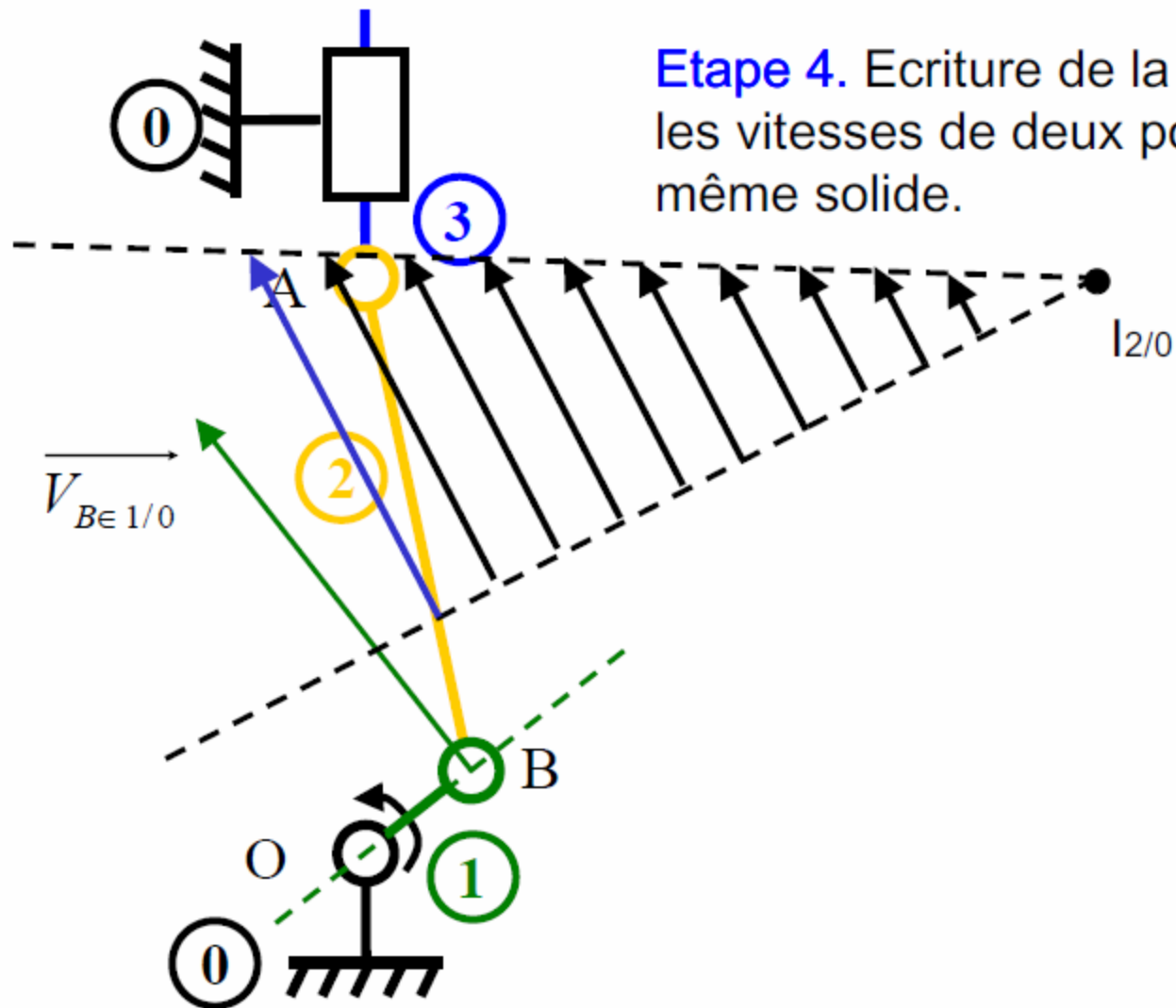
Etape 4. Ecriture de la relation entre les vitesses de deux points liés à un même solide.

The diagram illustrates a mechanical system with three links (solides) labeled 0, 1, and 2. Link 0 is the fixed frame, represented by ground symbols at points O and A. Link 1 is a green link pivoted at O, with a point B on it. Link 2 is a yellow link pivoted at A and B. A velocity vector $\vec{V}_{B \in 1/0}$ is shown at point B, and a velocity vector $\vec{V}_{A \in 2/0}$ is shown at point A. A series of parallel black arrows represent the velocity field of link 2. A dashed line represents the instantaneous center of rotation (CIR) for link 2, labeled I2/0. A green dashed line connects O and B. A blue dashed line connects A and B. A green arrow points from B towards the CIR line, and a blue arrow points from A towards the CIR line.

Etape 4. Ecriture de la relation entre les vitesses de deux points liés à un même solide.

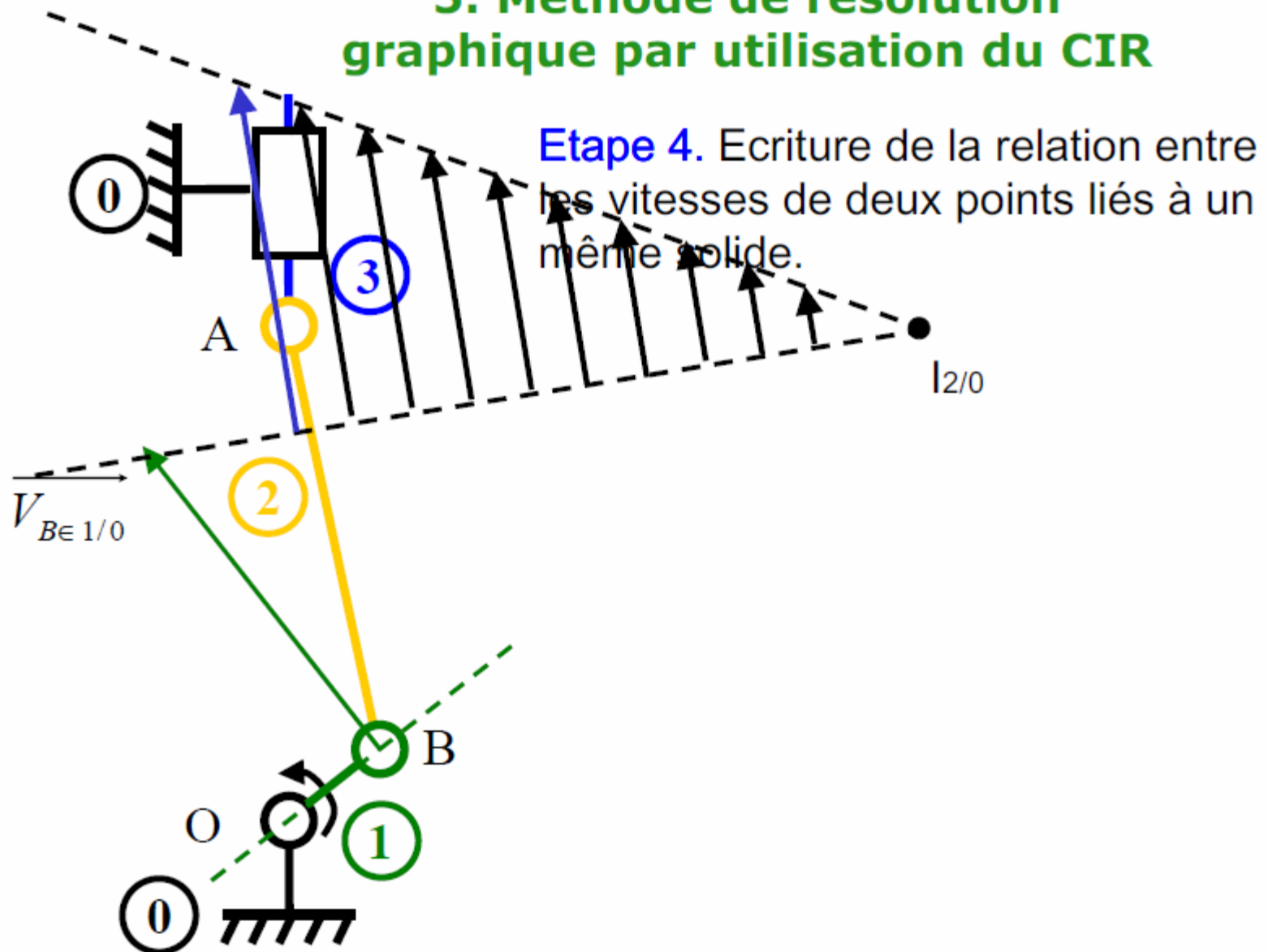


5. Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR

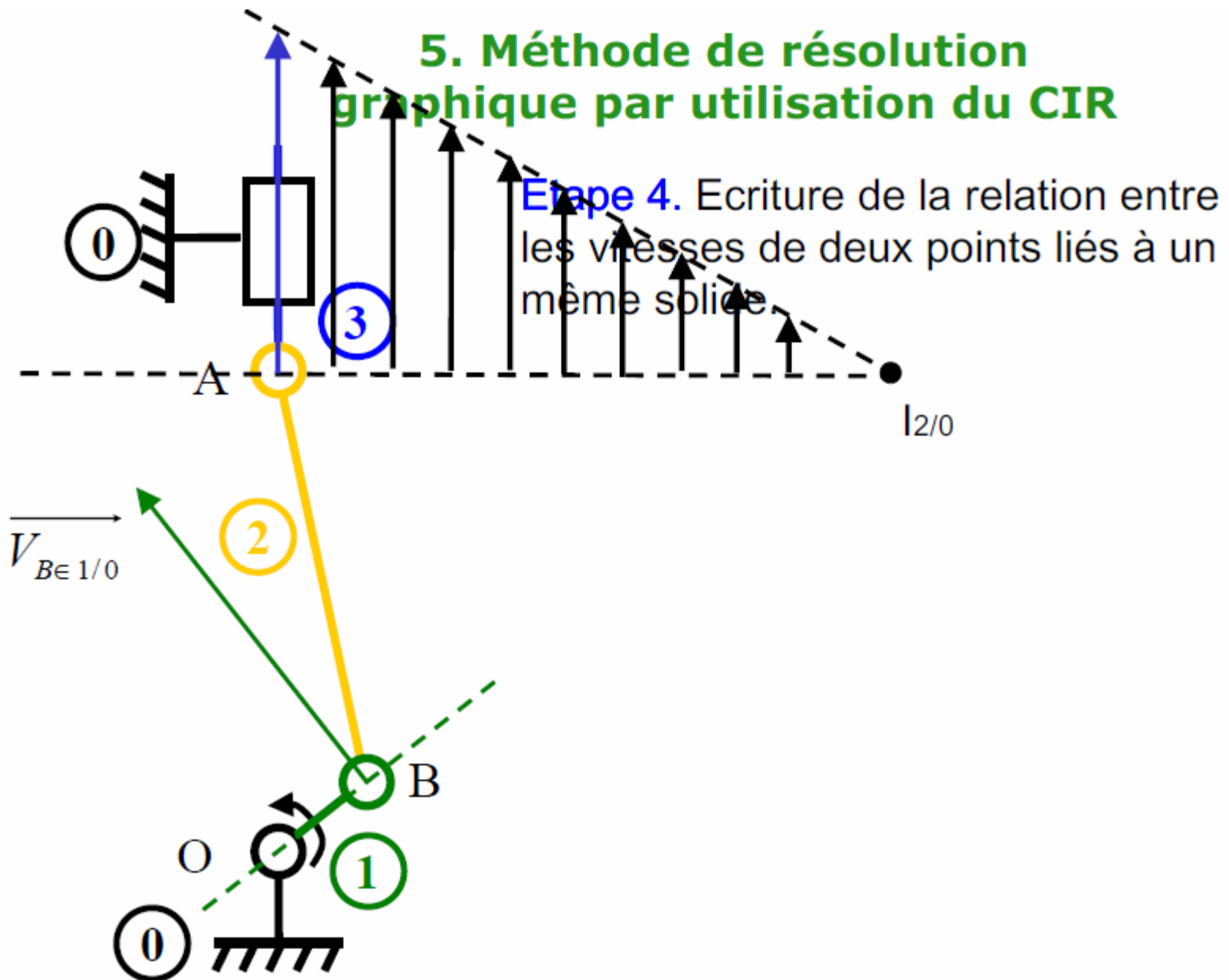


Etape 4. Ecriture de la relation entre les vitesses de deux points liés à un même solide.

5. Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR

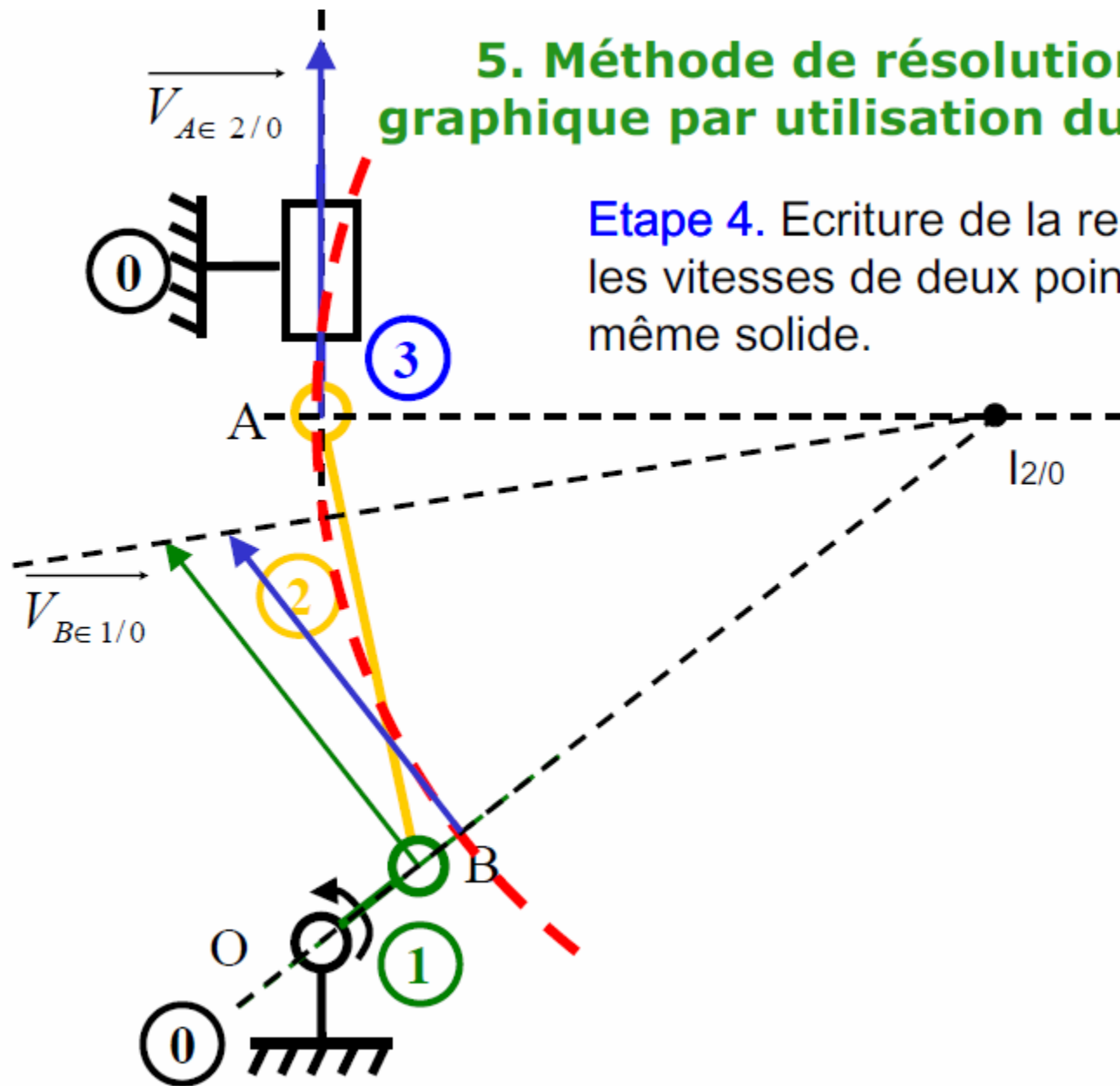


5. Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR



5. Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR

Etape 4. Ecriture de la relation entre les vitesses de deux points liés à un même solide.



5. Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR

On constate que les résolutions graphiques par et le **CIR et l'équiprojectivité** permettent de retrouver le **même résultat final** et qu'elles sont **identiques sur les étapes 1, 2,3 et 5**. On peut donc utiliser l'une au l'autre pour résoudre un problème.

1. Mouvement plan sur plan
2. Equiprojectivité
3. Méthode de résolution graphique par équiprojectivité
4. Centre instantané de rotation (CIR)
5. Méthode de résolution graphique par utilisation du CIR

6. Théorème des 3 CIR

Soient **3 solides** S_1 , S_2 et S_3 en mouvement plan (plan commun aux trois). Le mouvement de S_i par rapport à S_j est caractérisé par un CIR I_{ij} .

On montre que les trois CIR **$I_{2/1}$, $I_{3/2}$ et $I_{1/3}$ sont alignés.**

En prenant 3 solides quelconques et connaissant 2 CIR, on peut alors déterminer sur quelle droite se trouve le troisième CIR.

Exemple de l'agitateur médical

Systeme réel

